Capítulo 6

Recorte

Vimos no capítulo 5 que somente os objetos contidos no volume de visão, delimintados pelos planos $u = u_{min}$, $u = u_{max}$, $v = v_{min}$, $v = v_{max}$, $n = n_{min} = -F$ e $u = -B$, são enviados a um dispositivo de saída para serem imageados. O processo de extração da uma sub-região de interesse de uma cena é conhecida em Sistemas de Informações Gráficas por **recorte** ou *clipping*. Veremos na seção 6.1 que esta extração deve ser feita antes da "homogeneização" das coordenadas (X, Y, Z, W) para $(x, y, z, 1)$, a fim de evitar remoções indevidas.

A princípio, pode-se reduzir analiticamente o problema de recorte num problema de interseção entre os modelos geométricos de uma cena e os planos limitantes do volume de visão. Sendo a maioria dos algoritmos de interseção computacionalmente custoso, um dos principais objetivos dos algoritmos de recorte é reduzir o tamanho dos elementos que passam pelo algoritmo de interseção e/ou otimizar os algoritmos de interseção. Exemplos de algoritmos de recorte de pontos, segmentos e polígonos são apresentados, respectivamente, nas seções 6.2, 6.3, e 6.4.

6.1 Espaço de Recorte

Em coordenadas homogêneas, o volume de visão normalizado é

$$-1 \leq x = \frac{X}{W} \leq 1 \qquad -1 \leq y = \frac{Y}{W} \leq 1 \qquad -1 \leq z = \frac{Z}{W} \leq 0,$$

ou seja, para $W > 0$

$$-W \leq X \leq W \qquad -W \leq Y \leq W \qquad -W \leq Z \leq 0$$

e para $W < 0$

$$-W \geq X \geq W \qquad -W \geq Y \geq W \qquad -W \geq Z \geq 0$$

no espaço de coordenadas homogêneas.

(Ver Fig. 6.57 do livro-texto de Foley.)

Se tivermos um segmento cujos extremos P_1 e P_2 tenham valores W de sinais opostos, ele é, no plano $w = 1$, um segmento "externo" de P_1 e P_2 (ver seção 3.3). E se P_1 e P_2 estiverem dentro do volume de visão, o resultado do recorte deve ser um conjunto de 2 segmentos distintos, ao invés de um segmento totalmente contido no volume de visão.

(Ver Fig. 6.58 do livro-texto de Foley.)

6.2 Recorte de Pontos

O recorte de um ponto (x, y) em relação a uma região retangular $(x_{min}, y_{min}, x_{max}, y_{max})$, orientada em relação aos eixos, consiste essencialmente na classificação de pertinência ou na validação do seguinte sistema de inequações:

$$x_{min} \leq x \leq x_{max} \quad e \quad y_{min} \leq y \leq y_{max}$$

Se for um ponto (x, y, z) em relação a um volume paralelepipedal, acrescenta-se mais uma inequação ao sistema:

$$z_{min} \leq z \leq z_{max}$$

6.3 Recorte de Segmentos

O recorte de um segmento em relação a uma janela de interesse pode ser processado em dois passos:

1. particionamento do segmento em sub-segmentos trivialmente classificáveis (ou totalmente contidos ou totalmente externos à janela de interesse) e

2. classificação de cada subsegmento.

(Ver Fig. 3.38 do livro-texto de Foley.)

Para classificação dos segmentos ou sub-segmentos, o algoritmo mais eficiente é o algoritmo **Cohen-Sutherland** que consegue distinguir os segmentos dentro e uma grande parte dos segmentos fora de uma janela de interesse retangular definida pelos pontos (x_{min}, y_{min}) e (x_{max}, y_{max}). Este algoritmo consiste em dividir um plano em 9 regiões e atribuir a cada região um código de quatro bits seguindo a seguinte convenção, do bit menos significativo para o mais:

- primeiro bit: $x < x_{min}$.
- segundo bit: $x > x_{max}$.
- terceiro bit: $y < y_{min}$.
- quarto bit: $y > y_{max}$.

e classificar os extremos de um segmento de acordo com estes códigos. Se os dois códigos forem iguais a 0000, então o segmento está dentro da janela de interesse. Senão aplica-se a operação AND, *bit* a *bit*, entre os dois códigos. Se o resultado for diferente de 0000, então o segmento está trivialmente fora da janela de interesse.

(Ver Fig. 3.39 do livro-texto de Foley.)

Quando um segmento não for trivialmente classificável, isto é, o resultado da operação AND for igual a 0000, devemos particioná-lo sucessivamente em subsegmentos cujos extremos são pontos de interseção com as arestas da janela de interesse. As arestas a serem testadas podem ser facilmente identificadas pelos códigos dos pontos extremos.

(Ver Fig. 3.40 do livro-texto de Foley.)

Observação 6.1 *O algoritmo de Cohen-Sutherland pode ser facilmente estendido para um volume de interesse, se adicionarmos mais 2 bits ao código: quinto bit para $z < z_{min}$ e sexto bit para $z > z_{max}$.*

Em 1978, Cyrus e Beck publicaram um algoritmo de recorte de segmentos em relação a qualquer janela convexa de n arestas, usando o fato de que qualquer vetor definido com os pontos sobre uma aresta E_i é perpendicular ao "vetor normal" N_i desta aresta. Define-se como vetor normal da aresta o vetor perpendicular à aresta apontando para o lado externo da janela.

(Ver Fig. 3.42 do livro-texto de Foley.)

Representando o segmento P_0P_1 a ser recortado parametricamente

$$P(t) = P_0 + (P_1 - P_0)t \tag{6.1}$$

e tomando um ponto fixo P_{E_i} da aresta E_i, o ponto de interseção de $P(t)$ com E_i deve satisfazer

$$N_i \cdot (P(t) - P_{E_i}) = 0.$$

Substituindo $P(t)$ pela Eq.(6.1), obtemos

$$N_i \cdot (P_0 - P_{E_i}) + N_i \cdot (P_1 - P_0)t = 0$$

do qual derivamos o valor do parâmetro t_i, se o denominador for diferente de zero

$$t_i = \frac{N_i \cdot (P_0 - P_{E_i})}{-N_i \cdot (P_1 - P_0)}.$$

Se $t_i \in [0, 1]$, então o segmento intersecta com a aresta E_i. O ponto de interseção é classificado de acordo com o ângulo do segmento em relação ao vetor normal N_i, ou seja $-N_i \cdot (P_1 - P_0)$, na seguinte forma: PL (sair da janela) se o ângulo for menor que 90^0 e PE (entrar na janela) se o ângulo for maior que 90^0. O processo é repetido para todas as arestas a fim de determinar todas as possíveis inteseções. Estas interseções são então ordenadas na ordem crescente do parâmetro t. O trecho entre as interseções na sequência PE e PL é o trecho contido na janela de interesse.

(Ver Fig. 3.43 do livro-texto de Foley.)

Liang e Barsky apresentaram uma versão mais eficiente do algoritmo de Cyrus-Beck para casos específicos de janelas retangulares, ou seja,

- x_{min}, cuja normal é $(-1, 0)$ e $t_i = \frac{-(x_0 - x_{min})}{x_1 - x_0}$;
- x_{max}, cuja normal é $(1, 0)$ e $t_i = \frac{x_0 - x_{max}}{-(x_1 - x_0)}$;
- y_{min}, cuja normal é $(0, -1)$ e $t_i = \frac{-(y_0 - y_{min})}{y_1 - y_0}$;
- y_{max}, cuja normal é $(0, 1)$ e $t_i = \frac{y_0 - y_{max}}{-(y_1 - y_0)}$;

Para checar se o segmento está saindo ou entrando na janela, basta testar a diferença entre as coordenadas x ou y dos pontos extremos do segmento.

6.4 Recorte de Polígonos

Diferentemente do recorte de segmentos, é necessário manter a conectividade das arestas de um polígono recortado para que se possa "hachurar/identificar" corretamente o seu interior. Isso pode ser gaantido se ficarmos atentos na orientação destas arestas em relação ao polígono. Usualmente, convenciona-se que as arestas do contorno externo de um polígono sejam orientadas no sentido anti-horário e as arestas do contorno interno orientadas no sentido horário.

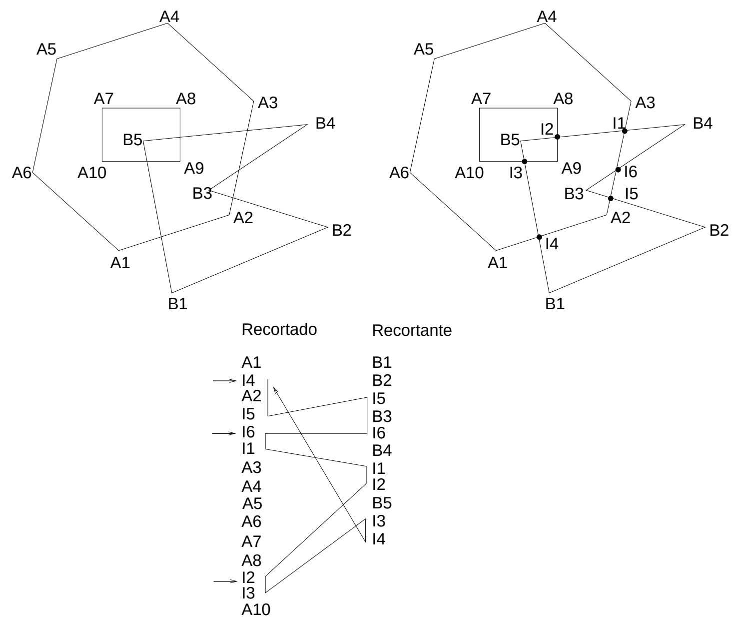
(Ver Fig. 3.46 do livro-texto de Foley.)

Dois algoritmos mais conhecidos para recorte de polígonos são:

Algoritmo de Sutherland-Hodgman: recortar recursivamente o polígono em relação a cada aresta da janela de interesse. Para cada aresta da janela, a sequência de vértices de entrada do polígono corrente é percorrida no sentido anti-horário. Enquanto os vértices estiverem no interior da janela, eles são colocados na lista de saída de vértices até que dois vértices adjacentes cruzem a aresta. Neste caso, somente um vértice e o ponto de interseção são colocados na lista de saída. O traço continua sem alterar o conteúdo da lista de saída até que a aresta seja encontrada novamente (ou seja, até que entre novamente no interior da janela), quando o ponto de interseção e os vértices do polígono passam a ser novamente colocados na lista de saída. E o processo segue até varrer todos os vértices e a lista de saída é utilizada como o polígono de entrada para o próximo estágio de recursão.

(Ver Fig. 3.47 e 3.48 do livro-texto de Foley.)

Algoritmo de Weiler-Atherton: é um algoritmo bastante genérico capaz de determinar o recorte entre dois polígonos $\mathcal{P}$ e $\mathcal{Q}$ quaisquer. Para isso, ele define duas sequências de vértices incluindo as interseções: uma para $\mathcal{P}$ e a outra para $\mathcal{Q}$. Utilizando o fato de que ao cruzar a fronteira, deve-se manter ao longo da fronteira até que entre novamente para o interior, o algoritmo de Weiler-Atherton percorre alternadamente as duas sequências para obter resultados de um recorte. O percurso se inicia com os pontos interseção classificados como PE em relação ao objeto recortado (na figura abaixo estes pontos são indicados por setas).


A4
A5
A7
A8
A3
B4
B5
A6
A10
A9
B3
A2
B2
A1
B1
A4
A5
A7
A8
A3
I1
I2
B4
B5
A6
A10
I3
A9
I6
B3
I5
A2
B2
I4
A1
B1
Recortado
Recortante
A1
I4
A2
I5
I6
I1
A3
A4
A5
A6
A7
A8
I2
I3
A10
B1
B2
I5
B3
I6
B4
I1
I2
B5
I3
I4