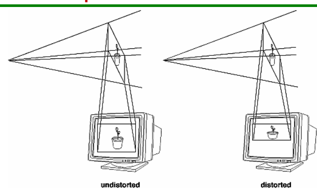
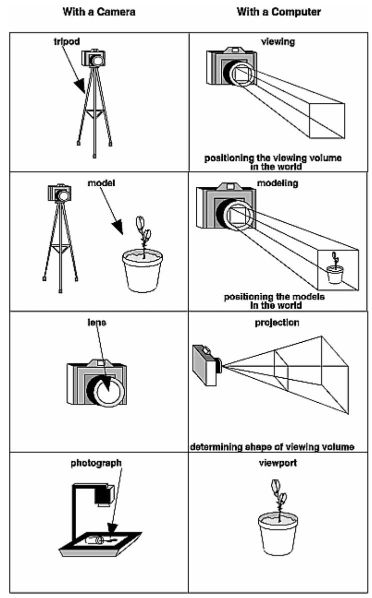
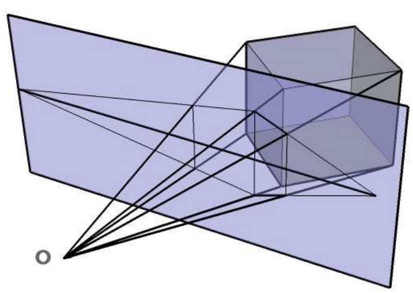
Transformações Geométricas

- Posicionar os blocos constituintes de uma cena
  - Alterar as coordenadas dos pontos
- Projetar a cena sobre o plano de imagem
  - Alterar as coordenadas dos pontos
- Enquadrar a cena na janela de exibição
  - Alterar as coordenadas dos pontos

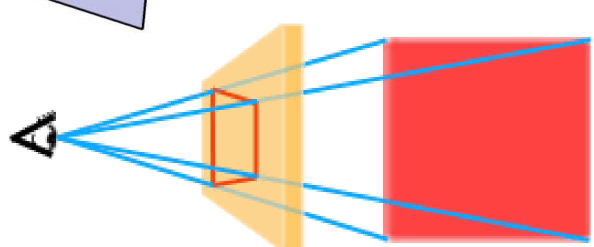




Transformações Projetivas



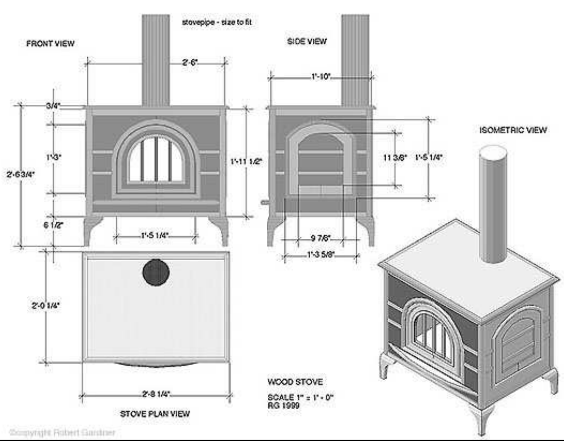
Projetar modelos geométricos 3D numa imagem 2D, exibível em dispositivos de saída 2D, a fim de produzir imagens sintéticas.



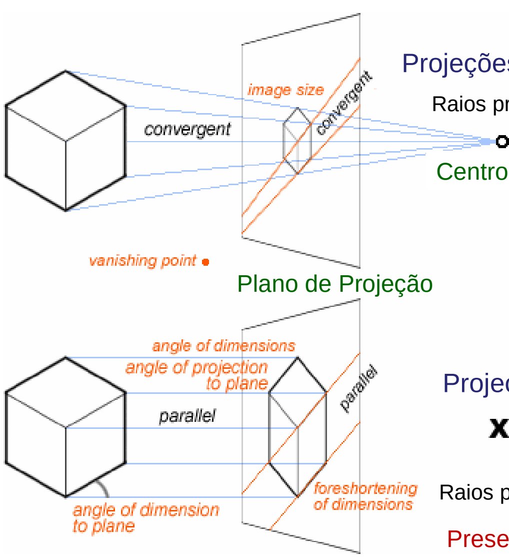
Motivação

Tarefa 1

- Quais tipos de representação existem para representar distintas vistas de uma cena 3D?



Uma Visão Clássica



Projeções Perspectivas

Raios projetores convergentes

Centro de Projeção

Plano de Projeção

Projeções Paralelas

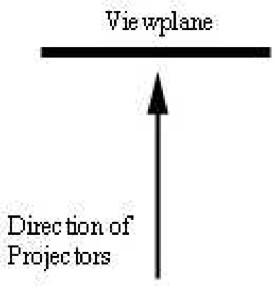
x

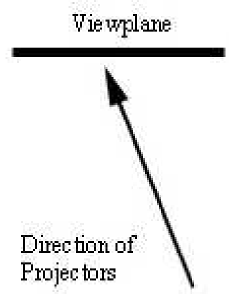
Raios projetores paralelos

Preserva paralelismo

Direção de Projeção

Projeções Paralelas

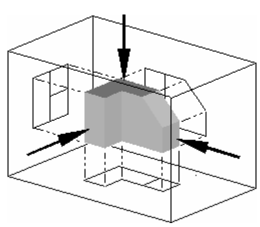




Ortográficas/Axonométricas **Oblíquas**

Projeções Ortográficas

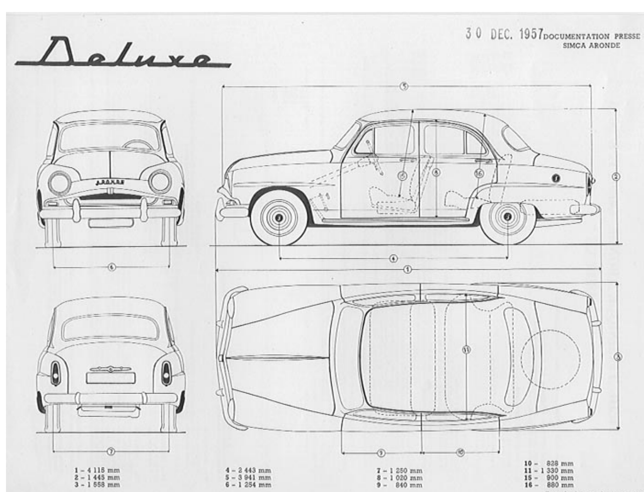
Desenhos técnicos: preserva a relação das medidas



$f_x = 1$

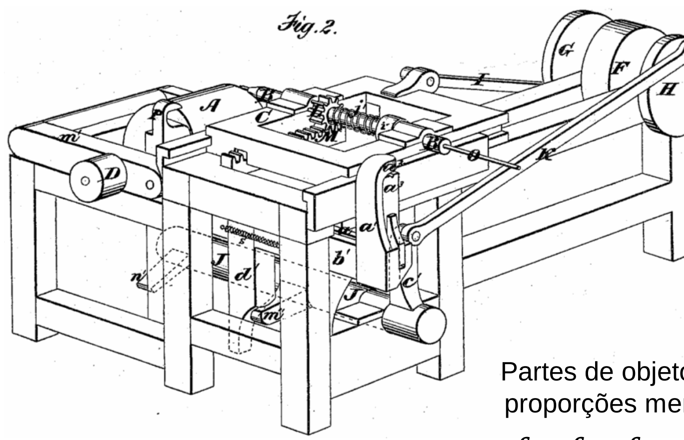
$f_y = 1$

$f_z = 1$



Projeções Axonométricas

Escorços: provêem melhor percepção de profundidade

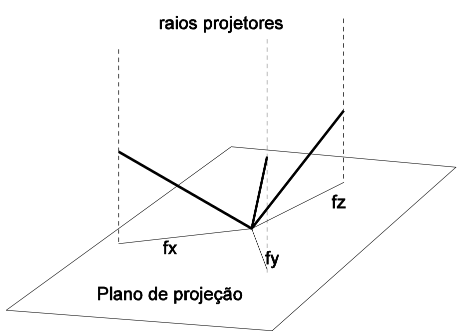


Partes de objetos em proporções menores

$$f_x, f_y, f_z \leq 1.0$$

Projeções Axonométricas

fator de redução < 1.0



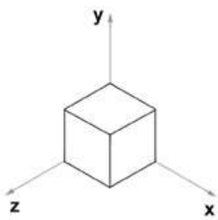
$$T \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_x & y_x & z_x \\ x_x & y_x & z_x \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$f_x = \sqrt{x_x^2 + y_x^2}$$

$$f_y = \sqrt{x_y^2 + y_y^2}$$

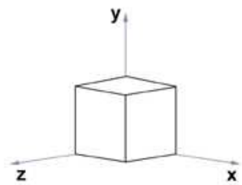
$$f_z = \sqrt{x_z^2 + y_z^2}$$

Projeções Axonométricas



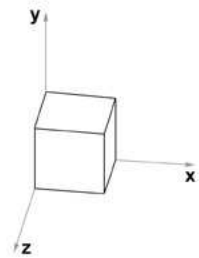
Isométricas

$$f_x = f_y = f_z$$



Dimétricas

$$f_x = f_y$$
$$f_x = f_z$$
$$f_z = f_y$$

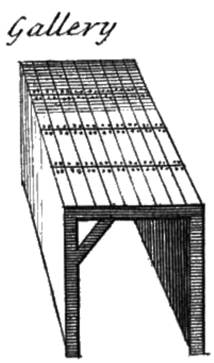


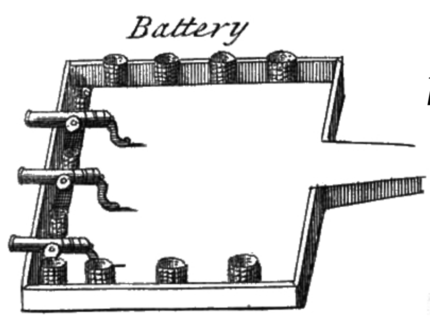
Trimétricas

$$f_x \neq f_y \neq f_z$$

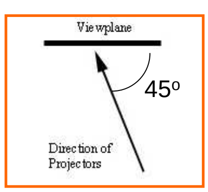
Projeções Oblíquas Cavalier

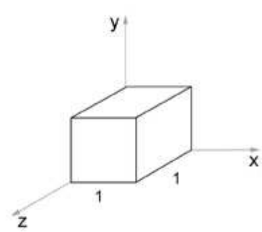
"Vista Aérea": ângulo 45º





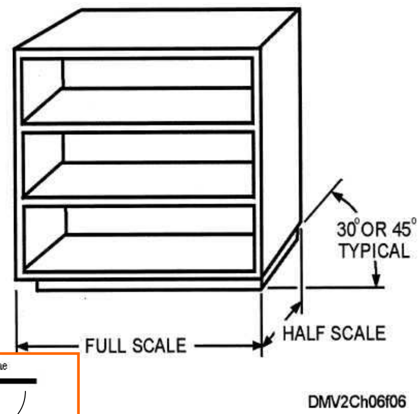
$$f_z = 1$$



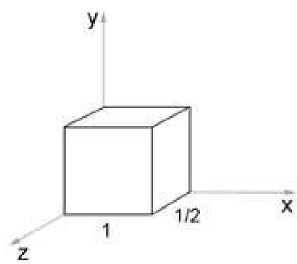


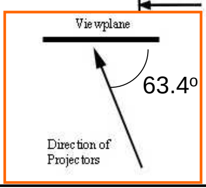
Projeções Oblíquas Cabinet

Vista "oblíqua" de estantes: ângulo 63.4º



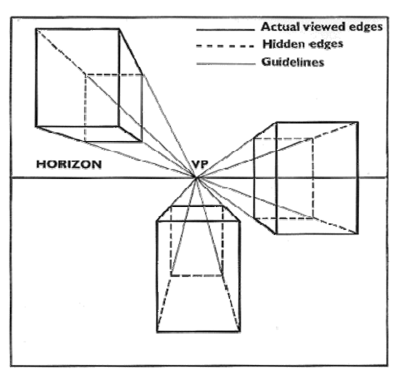
$$f_z = \frac{1}{2}$$





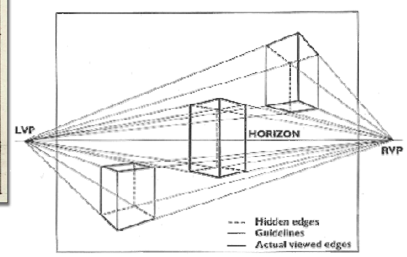
Projeções Perspectivas

Um ponto de fuga



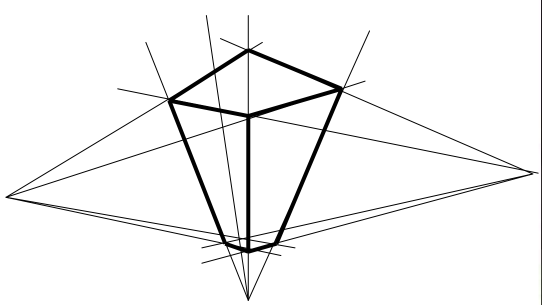
Projeções Perspectivas

Dois pontos de fuga

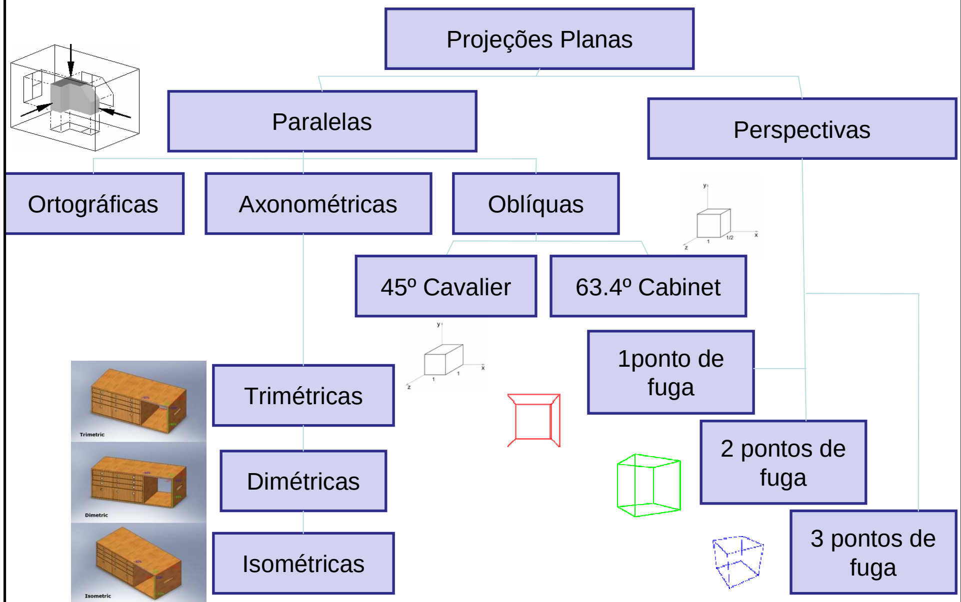


Projeções Perspectivas

Três pontos de fuga



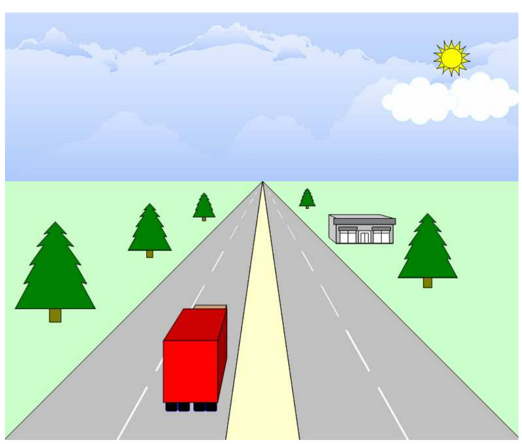
Uma Visão Clássica



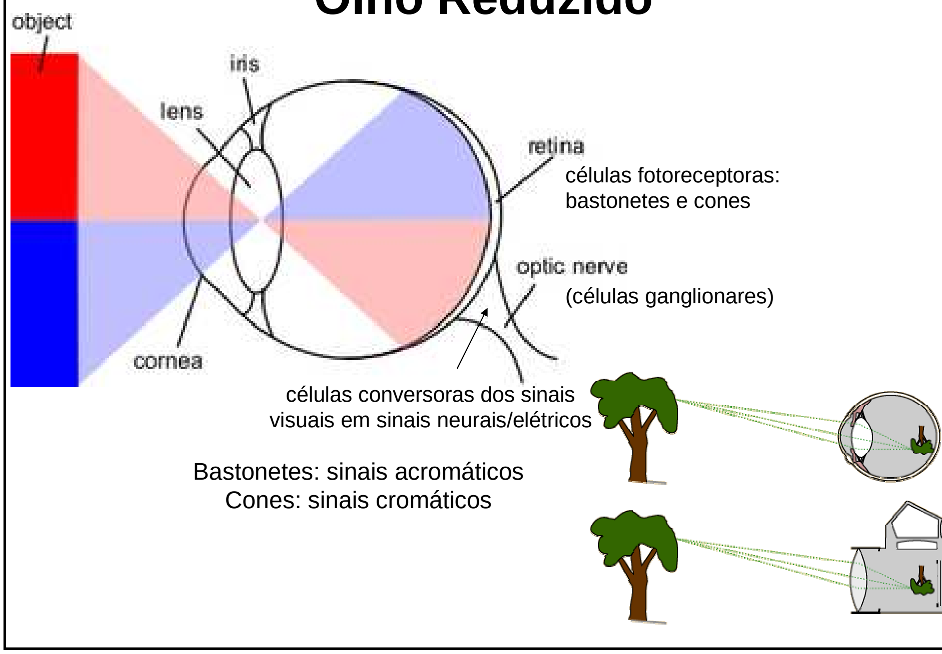
Motivação

Tarefa 2

- Como caracterizar em linguagem matemática as diferentes vistas em projeção perspectiva?

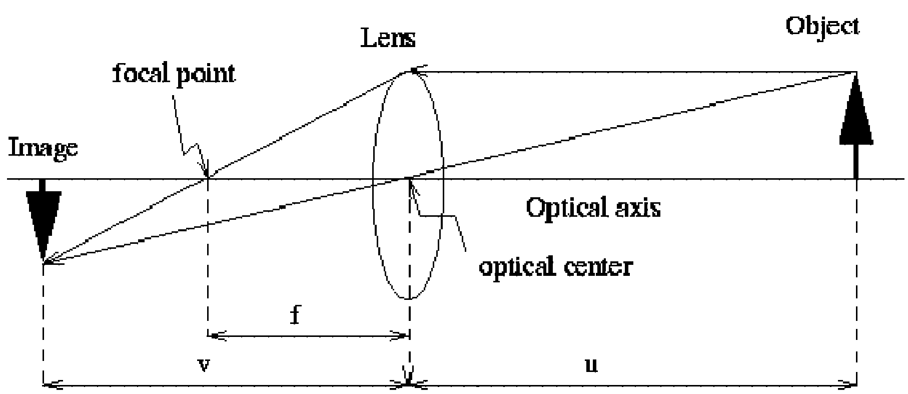


Olho Reduzido

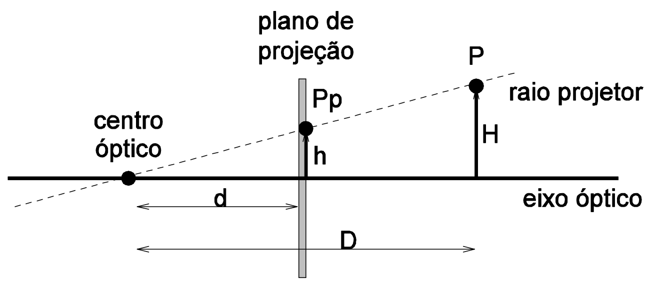


Bastonetes: sinais acromáticos
Cones: sinais cromáticos

Modelo Geométrico



Projeções Perspectivas



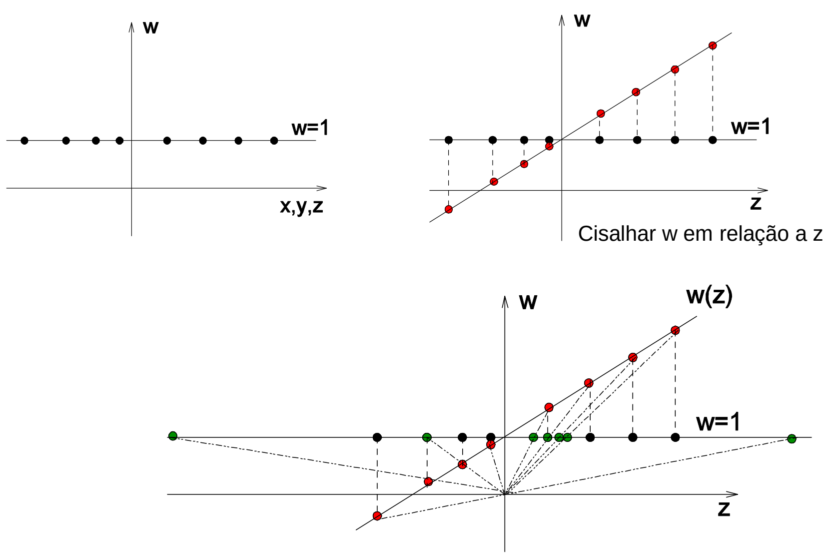
$$x_p = \frac{xd}{z}$$

$$y_p = \frac{yd}{z}$$

$$z_p = \frac{zd}{z} = d$$

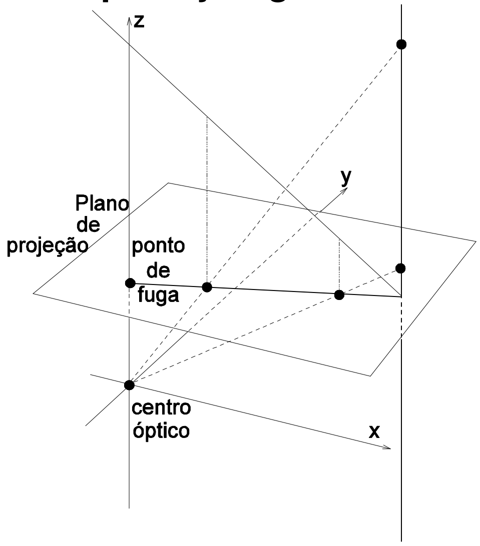
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ z/d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

Projeções Perspectivas
Interpretação geométrica



Projeções Perspectivas

Interpretação geométrica

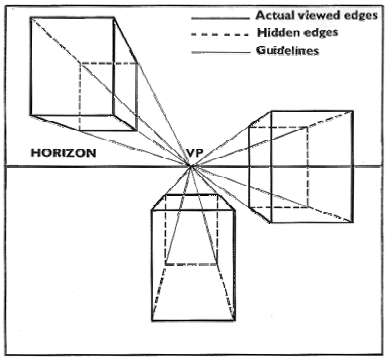


www.math.utah.edu/~treiberg/Perspect/Perspect.htm

Projeções Perspectivas

Um ponto de fuga

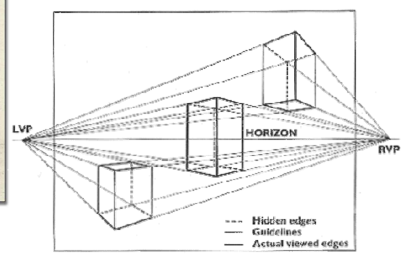
Cisalhar w em relação
a uma coordenada



Projeções Perspectivas

Dois pontos de fuga

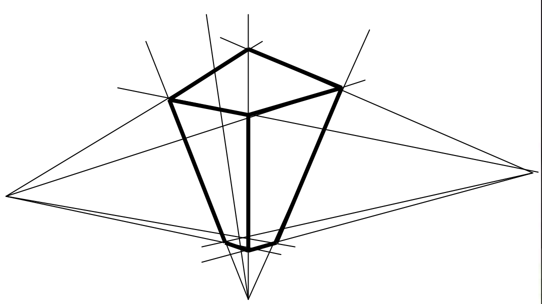
Cisalhar w em relação a duas coordenadas



Projeções Perspectivas

Três pontos de fuga

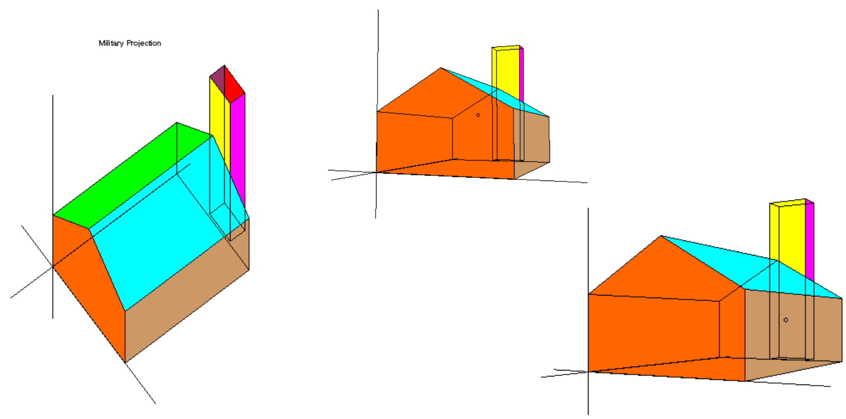
Cisalhar w em relação a três coordenadas



Motivação

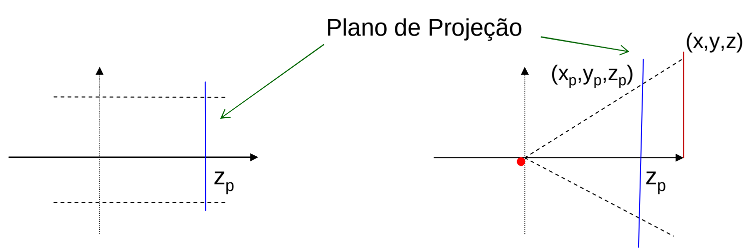
Tarefa 3

- Existe um processamento uniforme para todas as representações?



Projeções

Casos Triviais



Paralela

Perspectiva

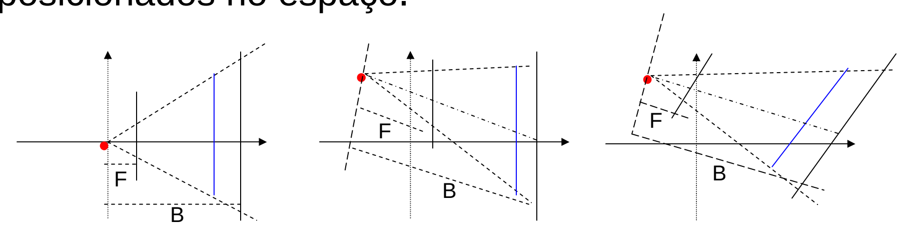
Basta substituir a coordenada z de cada ponto por z_p

Coordenadas x, x_p, y e y_p coincidem com as “alturas” dos triângulos e as coordenadas z com as “bases” dos triângulos. Problema se reduz a obter relação entre estas coordenadas pela semelhança de triângulos

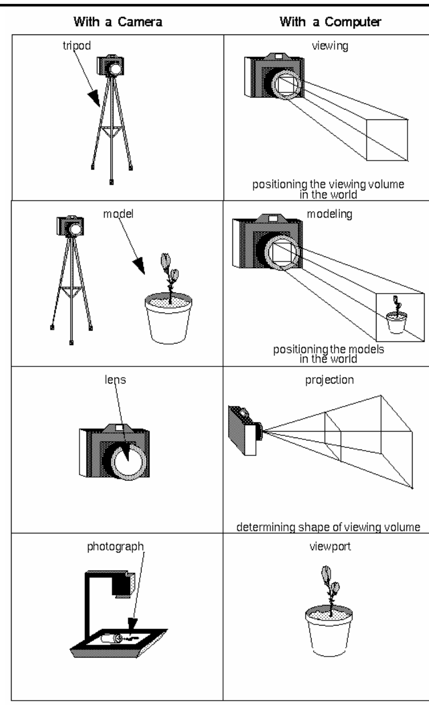
Projeções

Diversidade de Casos

- ➢Plano de projeção tem o vetor normal na direção do eixo z e o centro de projeção sobre o eixo z.
- ➢Plano de projeção tem o vetor normal na direção do eixo z e o centro de projeção arbitrariamente posicionado.
- ➢Tanto o plano quanto o centro são arbitrariamente posicionados no espaço.



Paradigma: dividir para conquistar

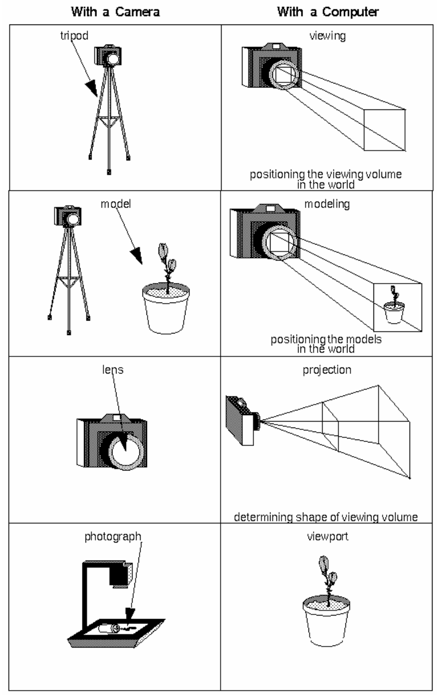


Distintos Espaços

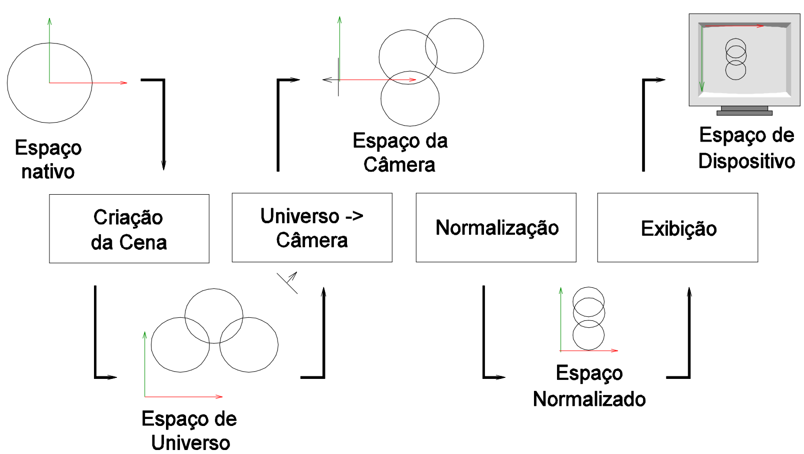
Referencial da Câmera
VRC

Referencial Normalizado
NDC

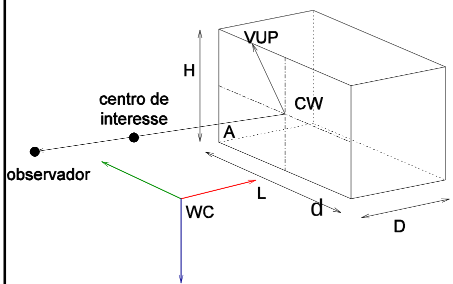
Referencial da Janela
DC

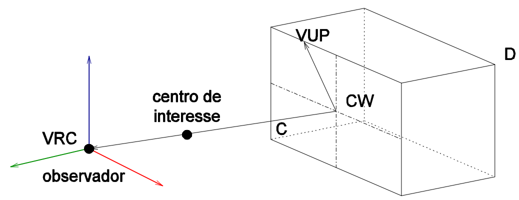


Fluxo de Projeção



Modelo de Câmera 1

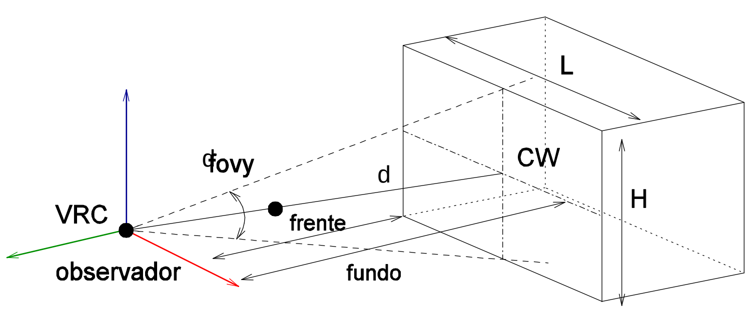




Centrado no observador

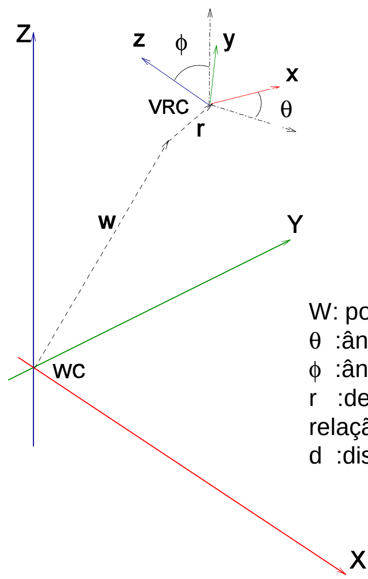
Eixo óptico coincidente com o vetor normal do plano de projeção

Modelo de Câmera 1



d = H/(2 tg(fovy/2))

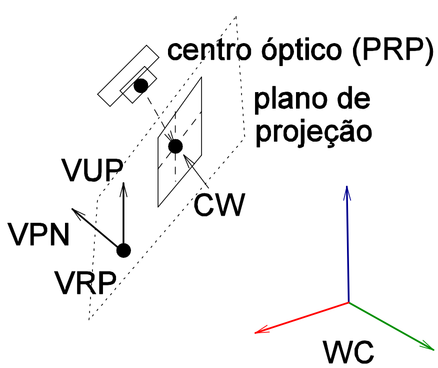
Modelo de Câmera 2

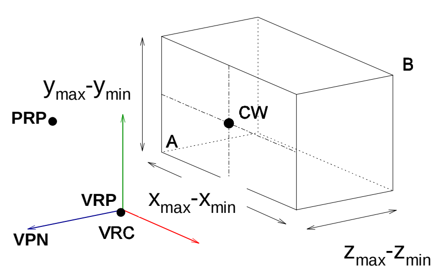


W: posição da câmera
θ :ângulo em relação a (1,0,0,0)
ϕ :ângulo em relação a (0,0,1,0)
r :deslocamento do plano em relação à base da câmera
d :distância focal da lente

Centrado na câmera

Modelo de Câmera 3

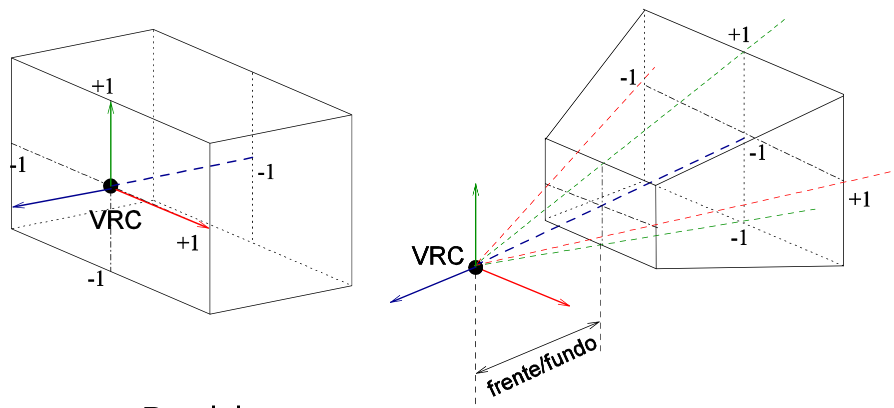




Centrado no plano de projeção

$A = (x_{min}, y_{min}, z_{min})$
$B=(x_{max}, y_{max}, z_{max})$

Modelo de Espaço Normalizado

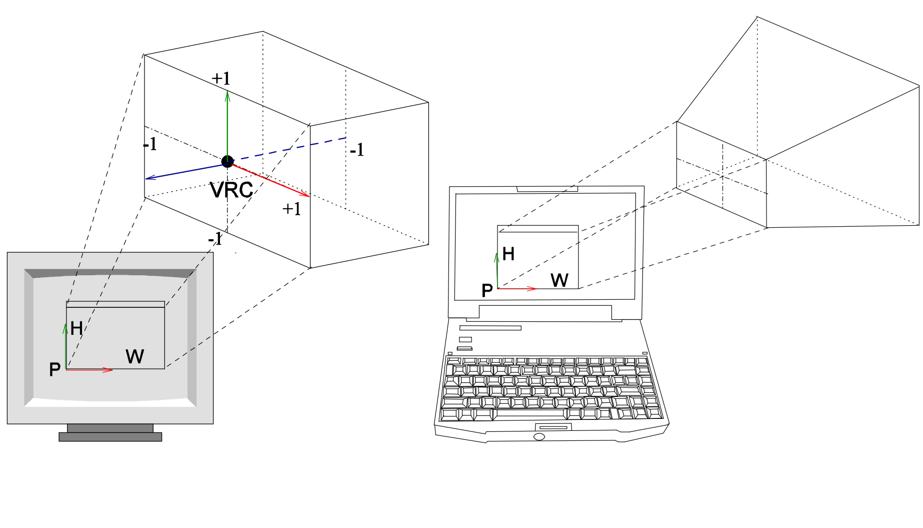


Paralelo

Perspectivo

Modelo de Dispositivo

Viewport

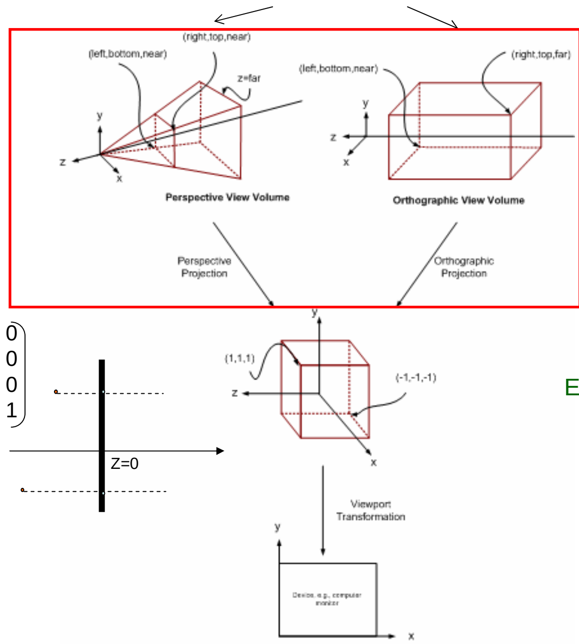


Universo (WC)

Espaço é deformado para ficar "reto"

Câmera → Normalizado

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Espaço da Câmera "Reto" (VRC)

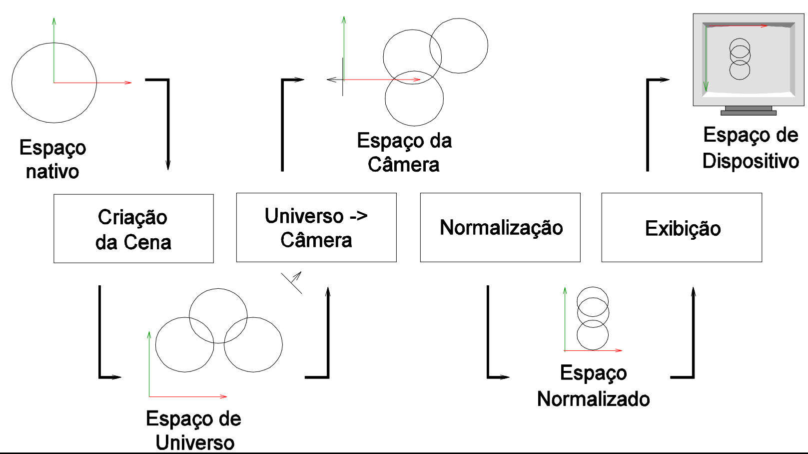
Espaço Normalizado

Espaço da Janela (*Viewport*)

Motivação

Tarefa 4

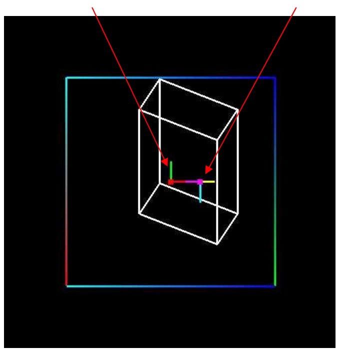
- Quais são as transformações geométricas envolvidas no fluxo de projeção apresentado?



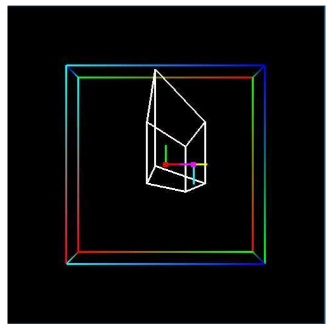
Projeção Passo a Passo

A partir de um cubo, como chegar à sua projeção

Referencial VRC Referencial WC



Paralela



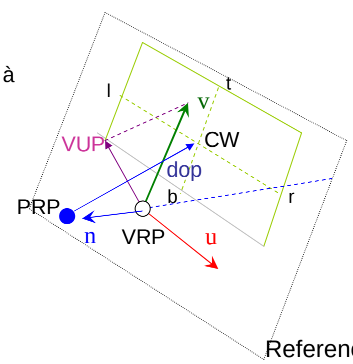
Perspectiva

WC → VRC

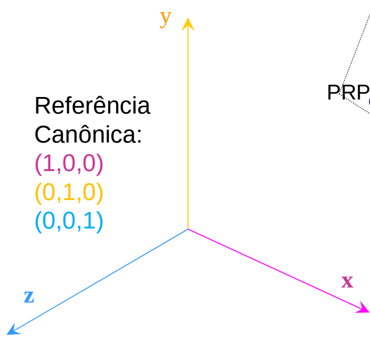
Especificação de VRC

VUP (up): view up vector
VRP: view reference point
VPN (n): view plane normal
PRP: eye
CW (r,l,t,b): centro da janela
dop: CW-PRP (direção de projeção)
profundidade do volume: (F,B) em relação à câmera

$$P' = B_{WC} B_{VRC}^{-1} P$$



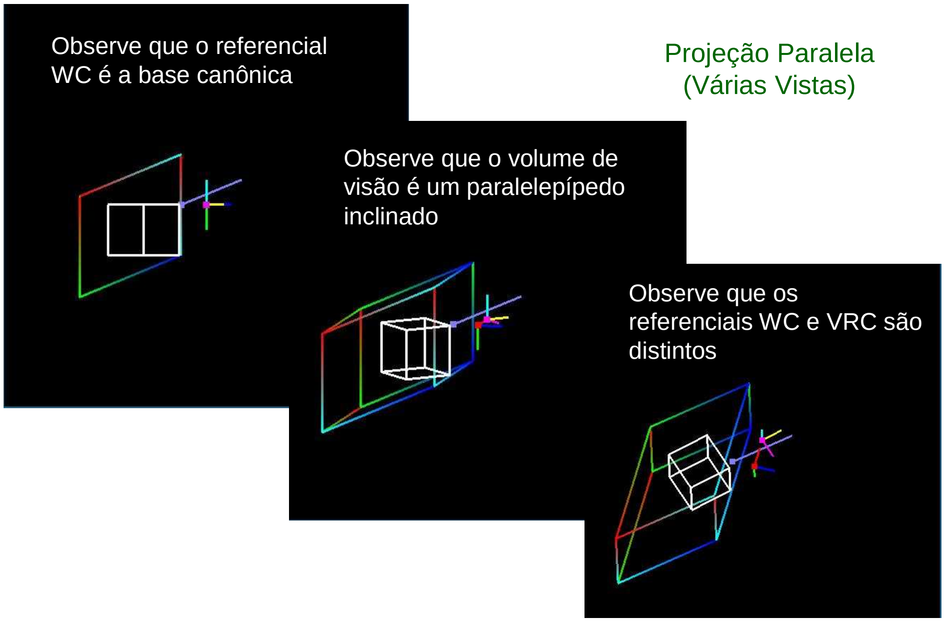
Referência Canônica:
(1,0,0)
(0,1,0)
(0,0,1)



Referencial da Câmera:
u =VUP x n/|VUP x n|
n x u
n = VPN/|VPN|

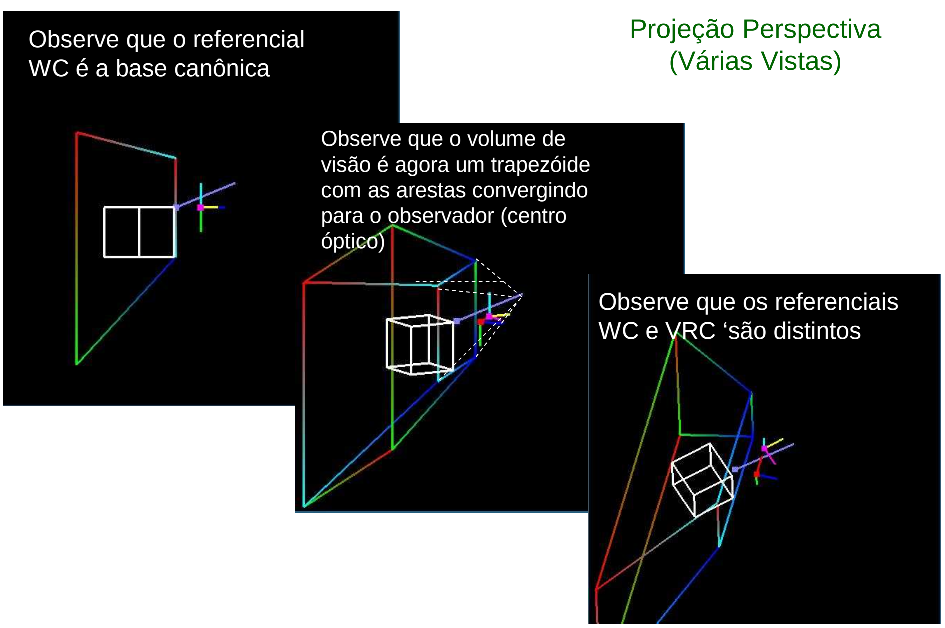
Referencial VRC em WC

Projeção Paralela
(Várias Vistas)

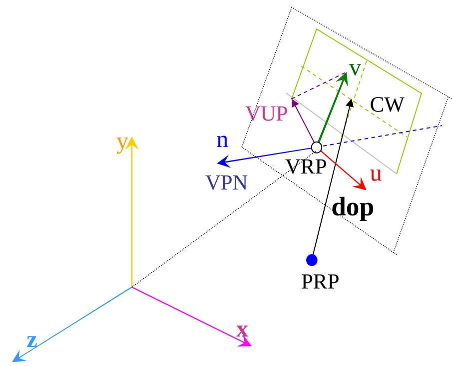


Referencial VRC em WC

Projeção Perspectiva
(Várias Vistas)



WC → VRC



(1) VRP na origem

$$Tr = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -VRP_x \\ 0 & 1 & 0 & -VRP_y \\ 0 & 0 & 1 & -VRP_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(2) (u,v,n) em vetores base ortonormais

$$\vec{n} = \frac{\overrightarrow{VPN}}{\left|\overrightarrow{VPN}\right|}$$

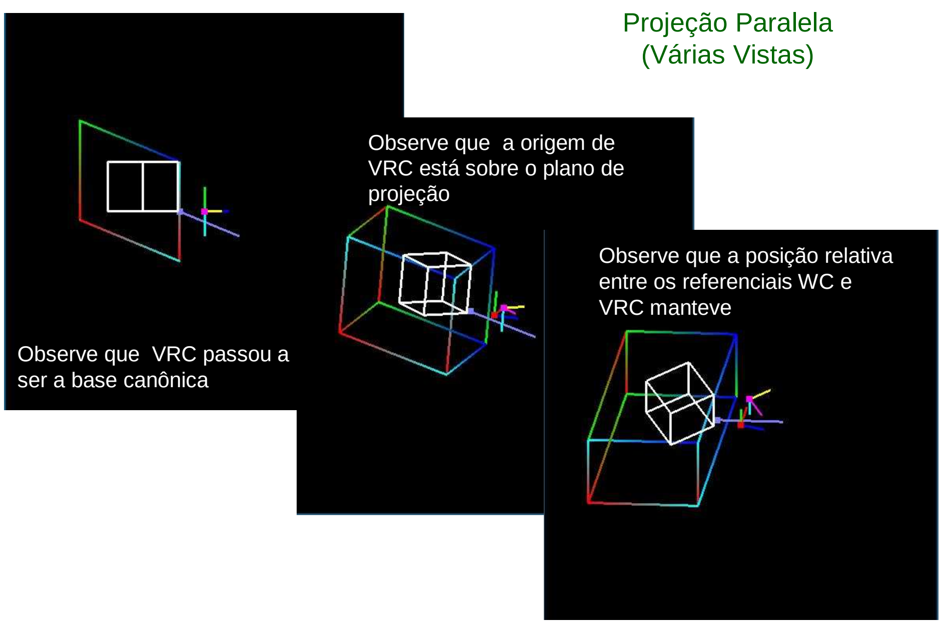
$$\vec{u} = \frac{\overrightarrow{VUP} \times \vec{n}}{\left|\overrightarrow{VUP} \times \vec{n}\right|}$$

$$\vec{v} = \vec{n} \times \vec{u}$$

$$R = \begin{bmatrix} u_x & u_y & u_z & 0 \\ v_x & v_y & v_z & 0 \\ n_x & n_y & n_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

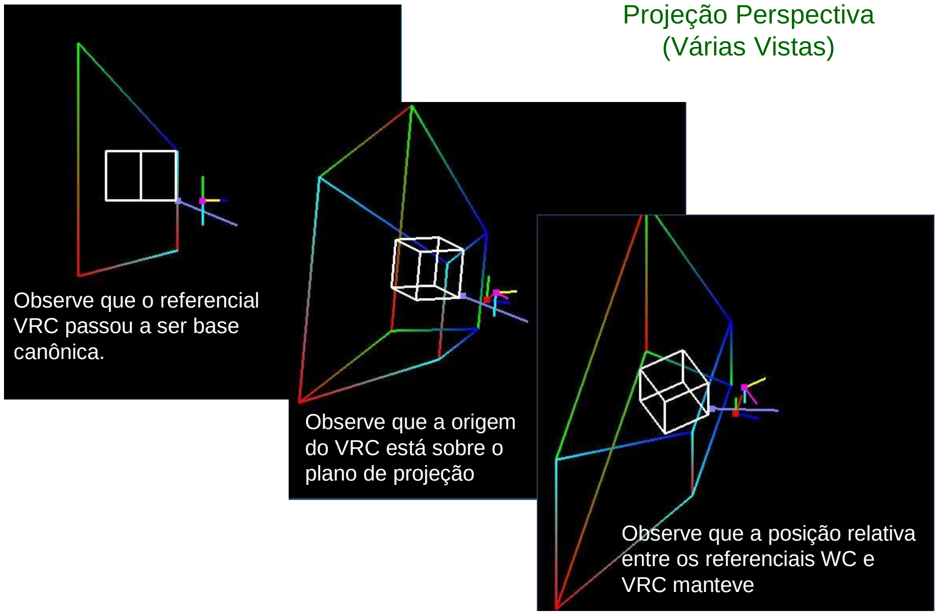
VRC

Projeção Paralela
(Várias Vistas)



VRC

Projeção Perspectiva
(Várias Vistas)



PRP na origem de VRC

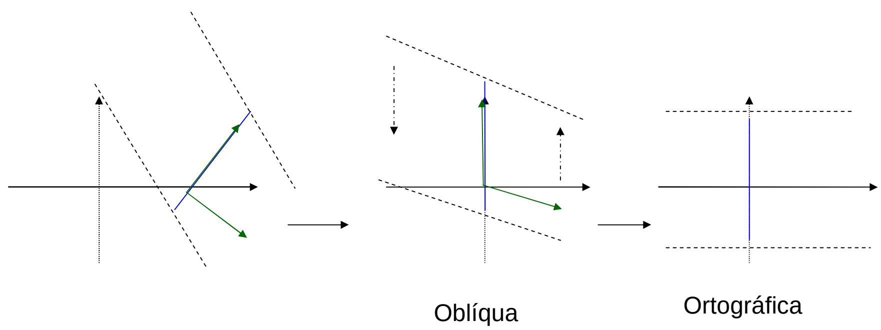
Na projeção paralela o observador está no infinito (raios projetores paralelos), mas na projeção perspectiva, o observador/centro óptico (PRP) está localizado em um ponto finito do espaço. Este ponto deve coincidir com a origem para reduzirmos o nosso problema ao do caso trivial.

$$PRP' = R \;\; Tr \; PRP$$

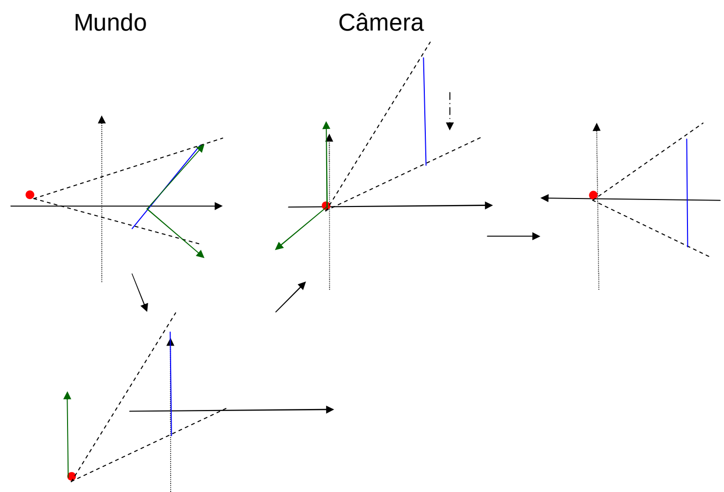
$$Tr_{PRP'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -PRP'_x \\ 0 & 1 & 0 & -PRP'_y \\ 0 & 0 & 1 & -PRP'_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Deformação do Volume Paralelo

Cisalhamento

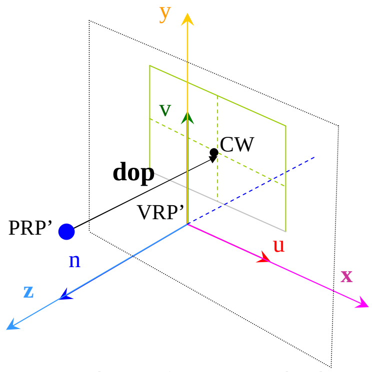


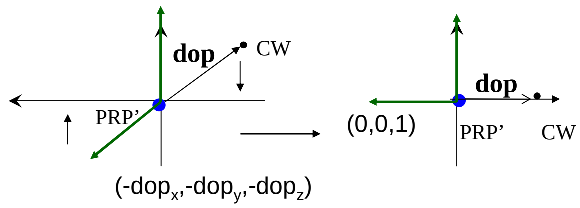
Deformação do Volume Perspectivo



Deformação do Volume

Cisalhamento





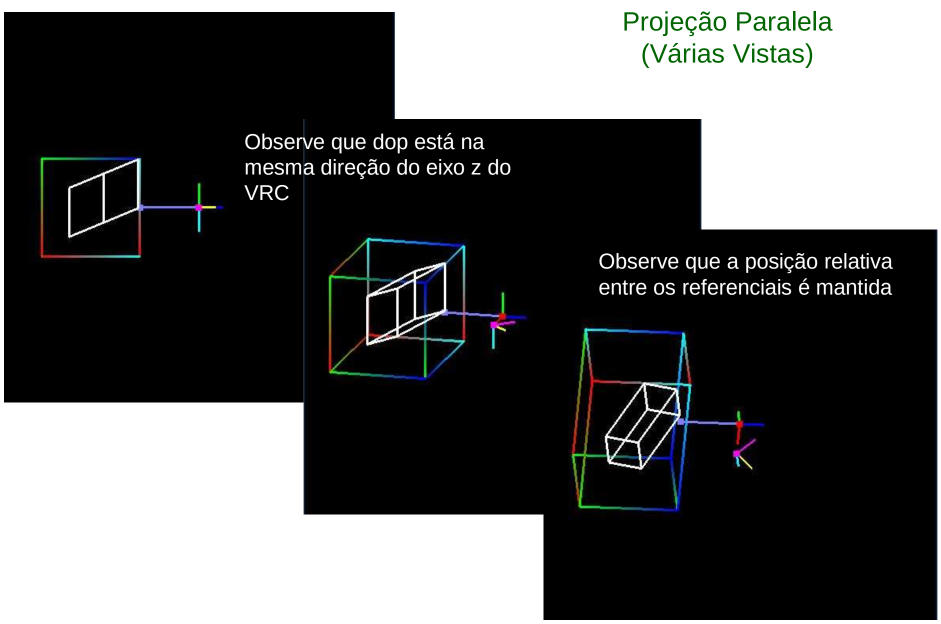
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -dop_x & 0 \\ 0 & 1 & -dop_y & 0 \\ 0 & 0 & -dop_z & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -dop_z & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

VRP': view reference point in VRC
PRP': projection reference point in VRC
dop: direction of projection
CW: center of window

$$SH = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(dop_x/dop_z) & 0 \\ 0 & 1 & -(dop_y/dop_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

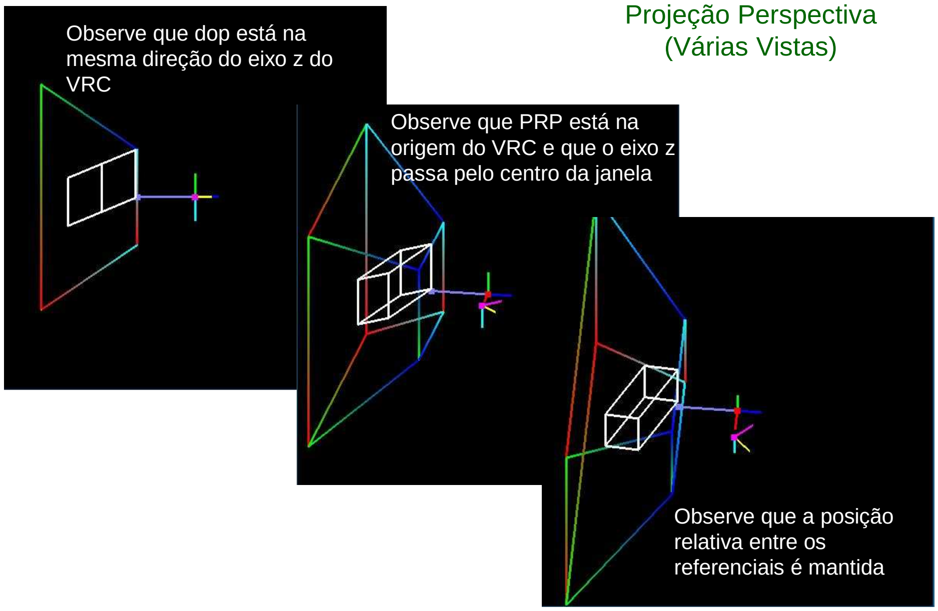
VRC Cisalhado

Projeção Paralela
(Várias Vistas)



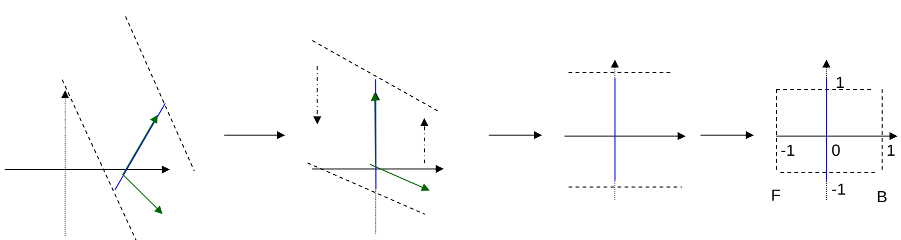
VRC Cisalhado

Projeção Perspectiva
(Várias Vistas)



VRC → NDC

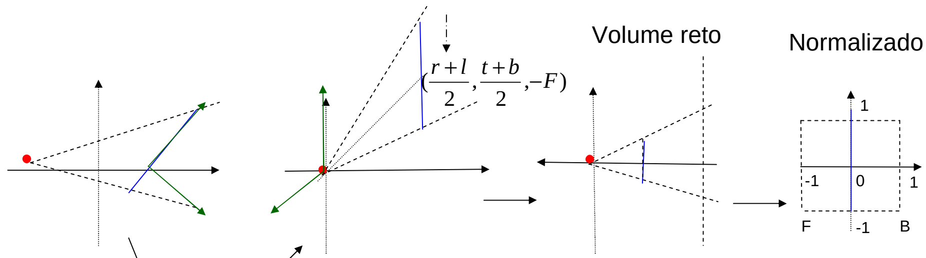
Projeção Paralela

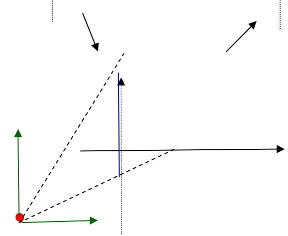


Oblíqua Ortográfica Normalizado

VRC → NDC

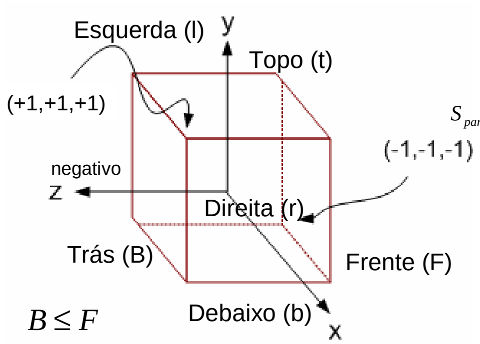
Projeção Perspectiva





$$SH = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{r+l}{2F} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{t+b}{2F} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

VRC → NDC (Paralelo)



$$B \leq F$$

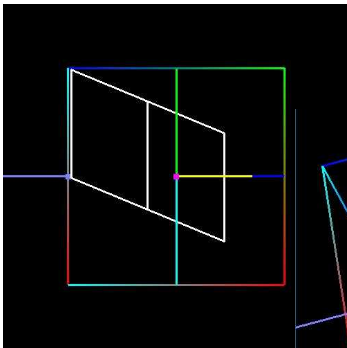
$$S_{par} = \begin{bmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{B-F} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{(r+l)}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{(t+b)}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{(B+F)}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & -\frac{r+l}{r-l} \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & -\frac{t+b}{t-b} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{B-F} & -\frac{B+F}{B-F} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

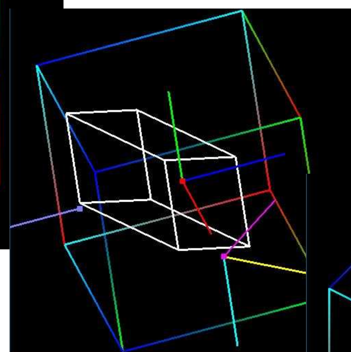
$$\begin{bmatrix} \frac{r+l}{2} & \frac{r+l}{2} & r & r \\ \frac{t+b}{2} & \frac{t+b}{2} & t & -b \\ F & B & F & B \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

NDC

Projeção Paralela
(Várias Vistas)

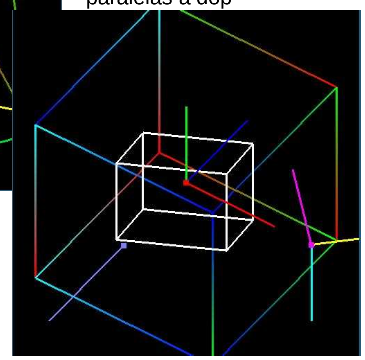


Observe que a relação do volume com o referencial



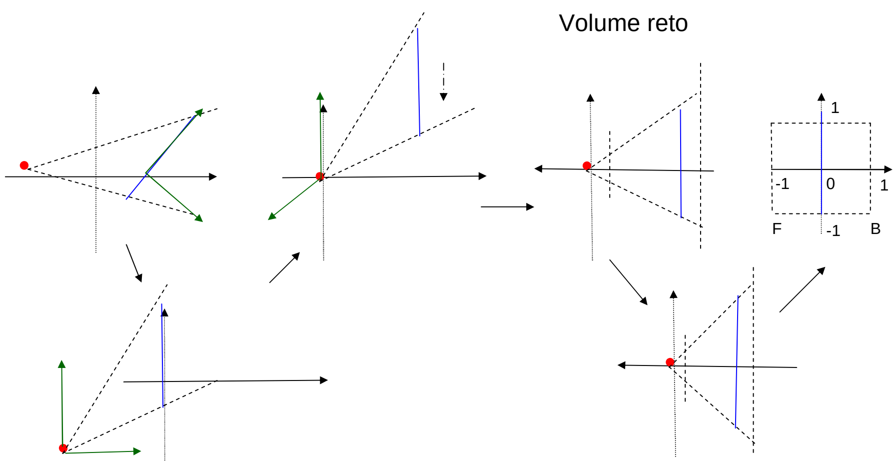
Observe que o volume de visão ficou um cubo centrado na origem do referencial VRC

Observe que o volume de visão tem as arestas paralelas à dop



VRC → Volume em 45º → NDC (Perspectivo)

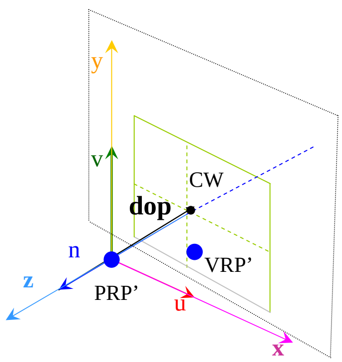
Volume reto

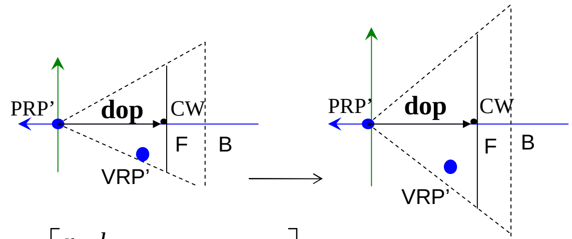


Volume com ângulo 45^0

VRC → Volume em 45º

(l,r,b,t,F,B)



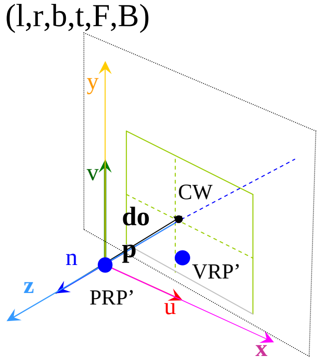


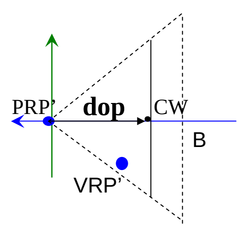
$$\begin{bmatrix} \frac{r-l}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{t-b}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -F & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -F & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

VRC → Volume em 45º

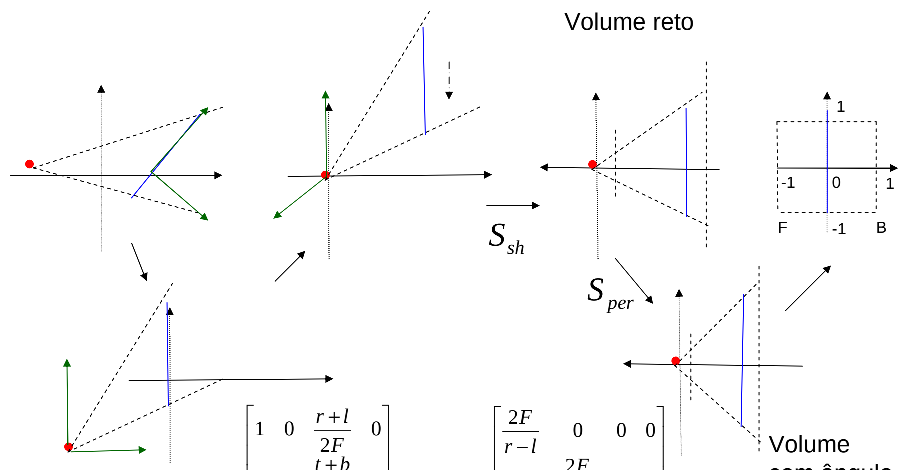
(l,r,b,t,F,B)





$$S_{per} = \begin{bmatrix} \frac{2F}{r-l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2F}{t-b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

VRC → Volume em 45º → NDC (Perspectivo)

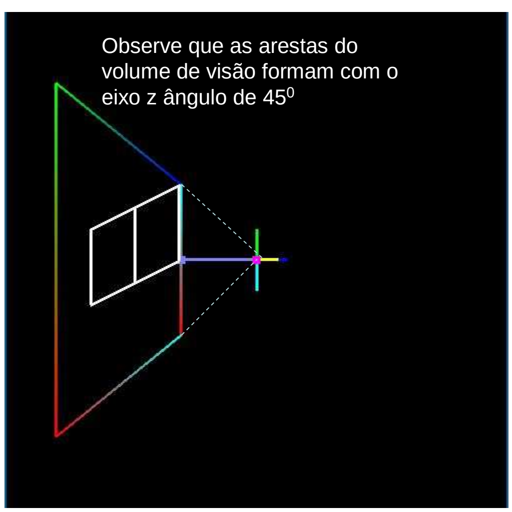


$$SH = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{r+l}{2F} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{t+b}{2F} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

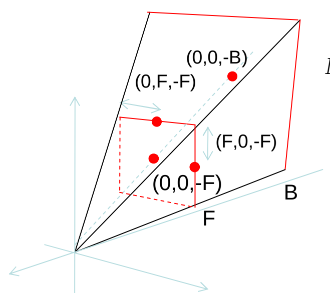
$$S_{per} = \begin{bmatrix} \frac{2F}{r-l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2F}{t-b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Volume em 45º

Projeção Perspectiva

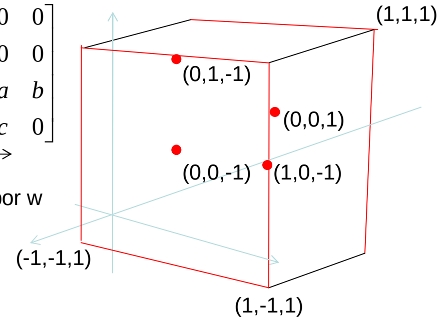


Volume em 45º → NDC



$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & b \\ 0 & 0 & c & 0 \end{bmatrix}$$

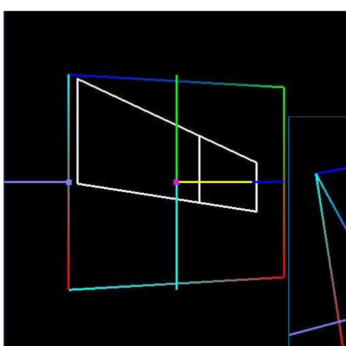
$\longrightarrow$ + divisão por w



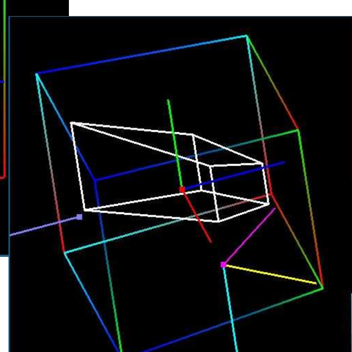
$$\begin{bmatrix} 0 & F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F & 0 \\ -F & -F & -F & -B \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-(B+F)}{B-F} & \frac{-2BF}{B-F} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{divisão por w}]{+} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Normalizado

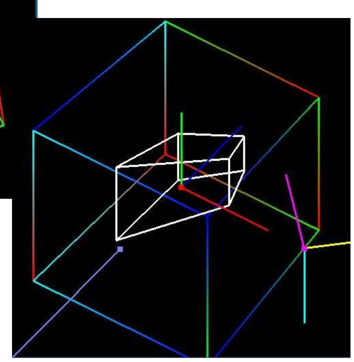
Projeção Perspectivas
(Várias Vistas)



Observe que a relação do volume com o referencial



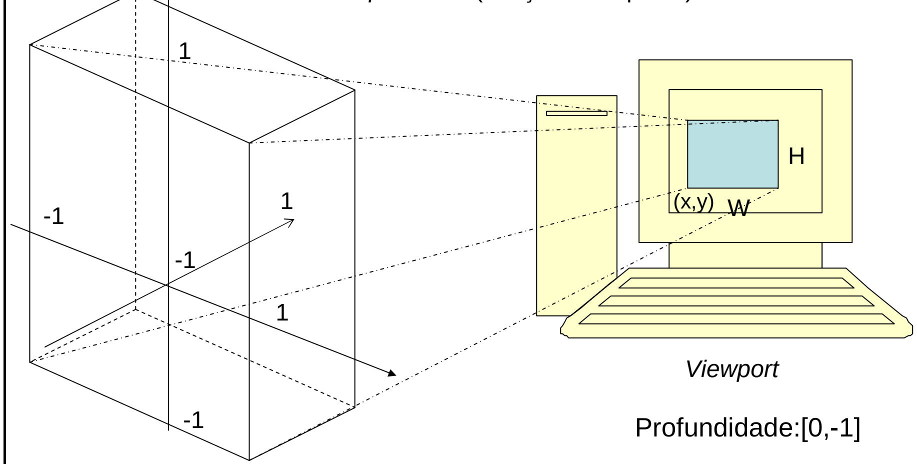
Observe que PRP foi para "infinito"



Observe que o volume de visão ficou um cubo centrado na origem do referencial VRC e o cubo dentro do volume ficou distorcido

NDC → DC

Aspect ratio (relação de aspecto) = W/H

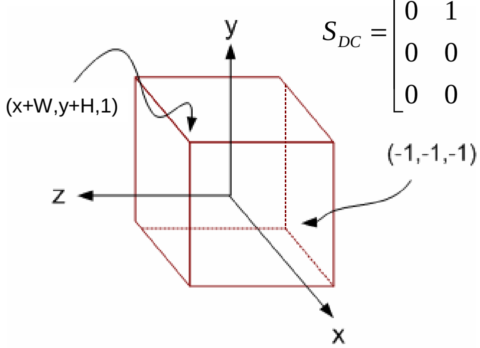


Profundidade:[0,-1]

DC

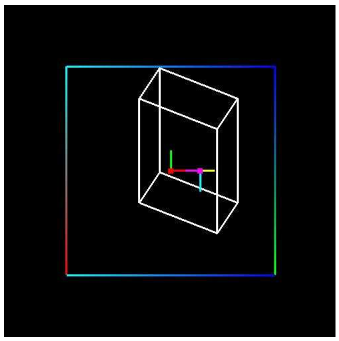
$$S_{DC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{W}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{H}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{W}{2} & 0 & 0 & x+\frac{W}{2} \\ 0 & \frac{H}{2} & 0 & y+\frac{H}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

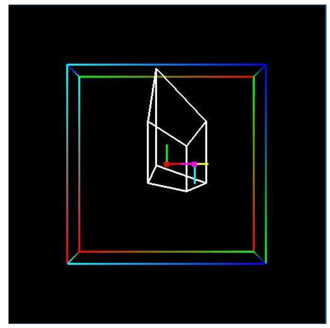


$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x & x+W & x+\frac{W}{2} & x \\ y & y+H & y & y \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Projeções Paralelas em DC



Paralela



Perspectiva

Matriz de Transformação

- Projeção Paralela $P_{par} = S_{DC}.S_{par}.SH.R.Tr$
- Projeção Perspectiva $P_{per} = S_{DC}.M.S_{per}.SH.R.Tr$

Transformações lineares

Translação

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & t_y \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & t_z \\ p_x & p_y & p_z & s \end{bmatrix}$$

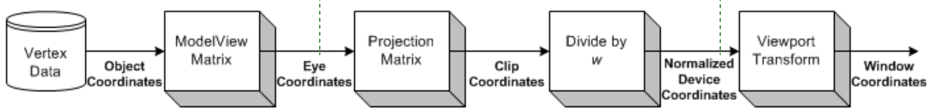
Perspectivo

Número de pontos de fuga: número de elementos p da última linha diferentes de zero

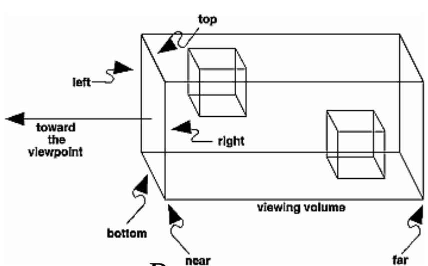
OpenGL

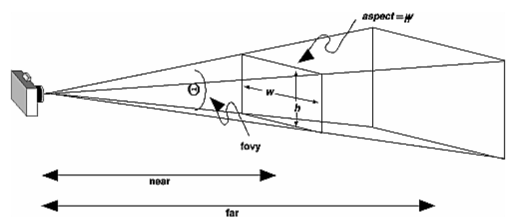
glMatrixMode

GL_MODELVIEW GL_PROJECTION $\begin{cases} P_{par,opengl} = S_{par} \\ P_{per,opengl} = M.S_{per}.SH \end{cases}$



$R.Tr$ gluLookAt glViewport





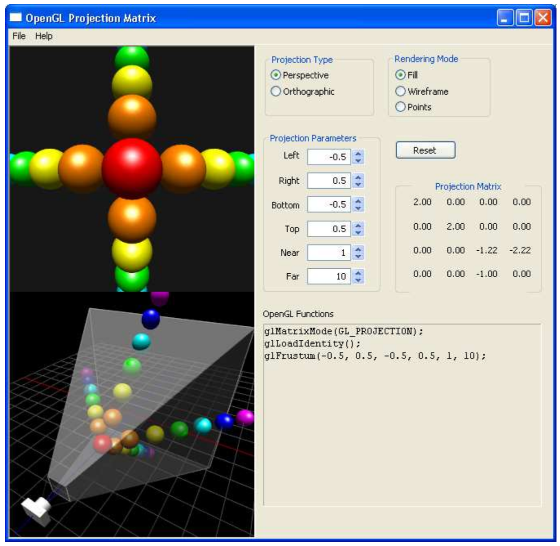
$P_{par,opengl}$ glOrtho $P_{per,opengl}$ glFrustum

OpenGL

$$P_{par,opengl} = S_{par} = \begin{bmatrix} \frac{2}{r-l} & 0 & 0 & -\frac{r+l}{r-l} \\ 0 & \frac{2}{t-b} & 0 & -\frac{t+b}{t-b} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{B-F} & -\frac{B+F}{B-F} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_{per,opengl} = M.S_{per}.SH = \begin{bmatrix} \frac{2F}{r-l} & 0 & \frac{r+l}{r-l} & 0 \\ 0 & \frac{2F}{t-b} & \frac{t+b}{t-b} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{B+F}{B-F} & -\frac{2FB}{B-F} \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

OpenGL



http://www.songho.ca/opengl/gl_transform.html#projection

OpenGL

```
void reshape(int w, int h)
{
   glViewport(0, 0, (GLsizei) w, (GLsizei) h);
   glMatrixMode(GL_PROJECTION);
   glLoadIdentity();
   if (w <= h)
      glOrtho(-5.0, 5.0, -5.0*(GLfloat)h/(GLfloat)w,
      5.0*(GLfloat)h/(GLfloat)w, -5.0, 5.0);
   else
      glOrtho(-5.0*(GLfloat)w/(GLfloat)h,
              5.0*(GLfloat)w/(GLfloat)h, -5.0, 5.0, -5.0, 5.0);
   glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
   glLoadIdentity();
}
```

```
void init(void)
{
   glClearColor(0.0, 0.0, 0.0, 0.0);
   glShadeModel(GL_FLAT);
   glMap1f(GL_MAP1_VERTEX_3, 0.0, 1.0, 3,
      4,&ctrlpoints[0][0]);
   glEnable(GL_MAP1_VERTEX_3);
   glMapGrid1f(20,0.0,1.0);
}

void display(void)
{
   int i;

   glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT);
   glColor3f(1.0, 1.0, 1.0);
   glBegin(GL_LINE_STRIP);
      for (i = 0; i <= 10; i++)
         glEvalCoord1f((GLfloat) i/10.0);
   glEnd();
   /* The following code displays the control points as dots.
      */
   glPointSize(5.0);
   glColor3f(1.0, 1.0, 0.0);
   glBegin(GL_POINTS);
    for (i = 0; i < 4; i++)
         glVertex3fv(&ctrlpoints[i][0]);
   glEnd();
   glFlush();

}
```

OpenGL

```
void display(void) {
    glClear (GL_COLOR_BUFFER_BIT);
    glColor3f (1.0, 1.0, 1.0);
    glLoadIdentity (); /* clear the matrix */
    /* viewing transformation */
    gluLookAt (0.0, 0.0, 5.0, 0.0, 0.0, 0.0,
    0.0, 1.0, 0.0);
    glScalef (1.0, 2.0, 1.0); /* modeling
    transformation */
    glutWireCube (1.0);
    glFlush ();
}
void reshape (int w, int h) {
    glViewport (0, 0, (GLsizei) w,
    (GLsizei) h);
    glMatrixMode (GL_PROJECTION);
    glLoadIdentity ();
    glFrustum (-1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.5,
    20.0);
    glMatrixMode (GL_MODELVIEW);
}
```

```
void init(void) {
    glClearColor (0.0, 0.0, 0.0, 0.0);
    glShadeModel (GL_FLAT);
}

int main(int argc, char** argv) {
    glutInit(&argc, argv);
    glutInitDisplayMode
    (GLUT_SINGLE | GLUT_RGB);
    glutInitWindowSize (500, 500);
    glutInitWindowPosition (100, 100);
    glutCreateWindow (argv[0]);
    init ();
    glutDisplayFunc(display);
    glutReshapeFunc(reshape);
    glutMainLoop();
    return 0;
}
```

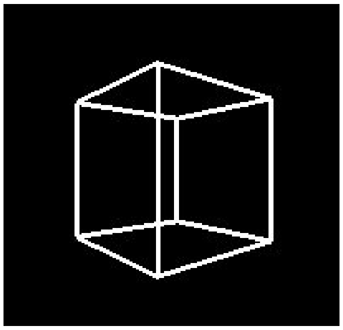
OpenGL

```
void init(void) {
    /* Enable a single OpenGL light. */
    glLightfv(GL_LIGHT0, GL_DIFFUSE,
    light_diffuse);
    glLightfv(GL_LIGHT0,
    GL_POSITION, light_position);
    glEnable(GL_LIGHT0);
    glEnable(GL_LIGHTING);
    /* Use depth buffering for hidden
    surface elimination. */
    glEnable(GL_DEPTH_TEST);
    /* Setup the view of the cube. */
    glMatrixMode(GL_PROJECTION);
    gluPerspective( /* field of view in
    degree */ 40.0, /* aspect ratio */ 1.0,
    /* Z near */ 1.0, /* Z far */ 10.0);
    glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
    gluLookAt(0.0, 0.0, 5.0, /* eye is at
    (0,0,5) */ 0.0, 0.0, 0.0, /* center is at
    (0,0,0) */ 0.0, 1.0, 0.); /* up is in
    positive Y direction */
}
```

```
/* Adjust cube position to be
    asthetic angle. */

void display(void) {
    glClear(GL_COLOR_BUFFE
    R_BIT |
    GL_DEPTH_BUFFER_BIT);
      /* Adjust cube position to
    be asthetic angle. */
      glTranslatef(0.0, 0.0, -1.0);
      glRotatef(60, 1.0, 0.0, 0.0);
      glPushMatrix();
      glRotatef(-20, 0.0, 0.0, 1.0);
      drawBox();
      glPopMatrix();
      glTranslatef(1.0, -1.0, 0.5);
      drawBox();
      glutSwapBuffers();
}
```

OpenGL: 2 Pontos de Fuga



glGetDoublev(GL_PROJECTION_MATRIX, projection);

0.667	0.000	0.000	0.000
0.000	0.667	0.000	0.000
0.000	0.000	-1.500	-2.500
0.000	0.000	-1.000	0.000

glGetDoublev(GL_MODELVIEW_MATRIX, modelview);

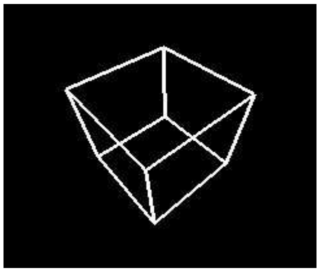
-0.643	0.000	-0.766	0.000
0.000	1.000	0.000	0.000
0.766	0.000	-0.643	-2.000
0.000	0.000	0.000	1.000

projection* modelview =

-0.429	0.000	-0.511	0.000
0.000	0.667	0.000	0.000
-1.149	0.000	0.964	0.500
-0.766	0.000	0.643	2.000

2 pontos de fuga

OpenGL: 3 Pontos de Fuga



glGetDoublev(GL_PROJECTION_MATRIX, projection);

0.667	0.000	0.000	0.000
0.000	0.667	0.000	0.000
0.000	0.000	-1.500	-2.500
0.000	0.000	-1.000	0.000

glGetDoublev(GL_MODELVIEW_MATRIX, modelview);

0.762	-0.030	0.647	0.000
0.510	0.643	-0.571	0.000
-0.399	0.765	0.506	-2.000
0.000	0.000	0.000	1.000

projection* modelview =

0.508	-0.020	0.431	0.000
0.340	0.429	-0.381	0.000
0.598	-1.147	-0.759	0.500
0.399	-0.765	-0.506	2.000

3 pontos de fuga