IA841 – Introdução à Modelagem de Sólidos – Primeiro Semestre de 2015
Profa. Wu Shin-Ting

Tópico: Espaços Geométricos

Problema: Como descrever analiticamente uma figura (forma) geométrica para que ela seja "computável"?

Embora Coxeter [1] faça uma apresentação detalhada e rigorosa dos espaços geométricos, a forma optada pelo Farin [2] é mais acessível para os alunos da Engenharia.

Exercícios de Fixação:

1) Num espaço euclidiano cada ponto é representado por uma n-upla de coordenadas. As coordenadas mais conhecidas são as coordenadas cartesianas e coordenadas polares (cilíndricas e esféricas). Represente o lugar geométrico de uma circunferência de raio R, centrada na origem, com as duas classes de coordenadas. Elas são independentes da escolha do referencial (*coordinate-free* ou *coordinate-independent*)?
2) Dados um ponto P=(1,1,1) e um vetor **v**=(1,1,1). Determine as coordenadas das duas entidades, após um deslocamento **d**=(1,2,3). Justifique.
3) Dado um conjunto de pontos $\{P_1, P_2, \ldots, P_n\}$. O que você entende por uma **combinação baricêntrica**, operação básica num espaço afim? Mostre que um ponto P obtido através de uma combinação baricêntrica
   $$P = P_0 + \sum_{j=1}^{n} \alpha_j P_j$$
   ocupa, de fato, a posição de P_0 deslocado de $\sum_{j=1}^{n} \alpha_j (P_j - P_0)$. Ao descrever um ponto como deslocamento de algum outro ponto, as suas coordenadas são dependentes da escolha do referencial?
4) Relacione o seguinte trecho extraído de [2]: "*An important special case of affine maps are the euclidean maps, also called rigid body motions.*" com afirmação de que no espaço euclidiano as propriedades métricas (ângulo e distâncias) são preservadas nas transformações, enquanto no espaço afim as razões entre os segmentos são preservados nas transformações.

5) Resolva os problemas listados na Seção 2.5 e a questão 3 da Seção 3.8 em [2].
6) Seja um feixe de semi-retas que partem da origem, $P_1(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} t$, $P_2(t) = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \end{pmatrix} t$, $P_3(t) = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 1 \end{pmatrix} t$ e $P_4(t) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} t$. Este feixe projeta os pontos $P_1(5)$, $P_2(5)$, $P_3(5)$ e $P_4(5)$ sobre a reta y=0.5x+1 nos pontos **a**, **b**, **c** e **d**, e sobre a reta y=-2x+5 em $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$ e $\hat{d}$. Mostre que a razão cruzada dos segmentos definidos pelas duas projeções é igual, mas a razão (direta) entre os segmentos sobre cada reta não é preservada no espaço projetivo.

7) Resolva a proposta do autor de [2]: "*It is left for the reader to verify that the projective map becomes an affine map in the special case that* $\rho = \rho$ ".