IA841 – Introdução à Modelagem de Sólidos – Primeiro Semestre de 2015
Profa. Wu Shin-Ting

Tópico: Geometria Diferencial

Problema: Como podemos avaliar quantitativamente a forma de uma figura geométrica?

Estudo Dirigido:

1. Um carro corre ao longo de uma estrada helicoidal $\boldsymbol{r}(\theta)=(\cos\theta, sen\theta, \theta)$ numa velocidade média 80 km/h. Quanto tempo ele gastou para percorrer uma trajetória de $\theta=0$ até $\theta=2\pi$?

2. Determine o vetor tangente, o vetor normal e o vetor binormal, a curvatura e a torção da estrada do item (1). Qual é o raio da circunferência que melhor se aproxima da curva no ponto $\boldsymbol{r}(\theta)$? Visualize estes elementos no ponto $\boldsymbol{r}(\pi)$ da hélice.

3. Quando uma curva apresenta curvatura nula? E quando ela apresenta torção nula?

4. Reparametrize $\boldsymbol{r}(x,y)=(\sqrt{R^2-x^2}, \sqrt{R^2-y^2})$ por comprimento de arco. Desenhe uma semi-circunferência com esta função e com a nova função reparametrizada utilizando um passo de tamanho 0.1. Compare as duas curvas plotadas.

5. Considere um parabolóide hiperbólico $z=xy$ .Determine
   a) a primeira e a segunda forma fundamental
   b) as direções e curvaturas principias no ponto (0,0,0).
   c) as curvaturas normais nas direções tangenciais 0^0 , 30^0, 45^0, 90^0 em relação à uma das direções principais.

6. Como se classificam os pontos de uma superfície em função da sua curvatura gaussiana e curvatura média? Esboce a geometria da superfície na vizinhança de cada um destes pontos.

7. O artigo de Szymon Rusinkiewicz, http://gfx.cs.princeton.edu/pubs/_2004_ECA/curvpaper.pdf, apresenta uma forma de estimar as principais curvatuas de uma mlha triangular e no sítio http://gfx.cs.princeton.edu/proj/trimesh2/ ele disponibiliza uma implementação da sua proposta. Com base na ideia apresentada no artigo estime as curvaturas principais nas amostras espaçadas de $\Delta u=\Delta v=0.1$ de uma superfície de Bézier cuja malha de controle é definida pelos pontos:

$$
\begin{matrix}
(-15 \quad 0 \quad 15) & (-15 \quad 5 \quad 5) & (-15 \quad 5 \quad -5) & (-15 \quad 0 \quad -15) \\
(-5 \quad 5 \quad 15) & (-5 \quad 5 \quad 5) & (-5 \quad 5 \quad -5) & (-5 \quad 5 \quad -15) \\
(5 \quad 5 \quad 15) & (5 \quad 5 \quad 5) & (5 \quad 5 \quad -5) & (5 \quad 5 \quad -15) \\
(15 \quad 0 \quad 15) & (15 \quad 5 \quad 5) & (15 \quad 5 \quad -5) & (15 \quad 0 \quad -15)
\end{matrix}
$$

8. É possível estimar a partir dos tensores de curvatura e as posições dos quatro pontos vizinhos de cada amostra da superfície dada no item (7) os tensores méricos? Caso sim, como?