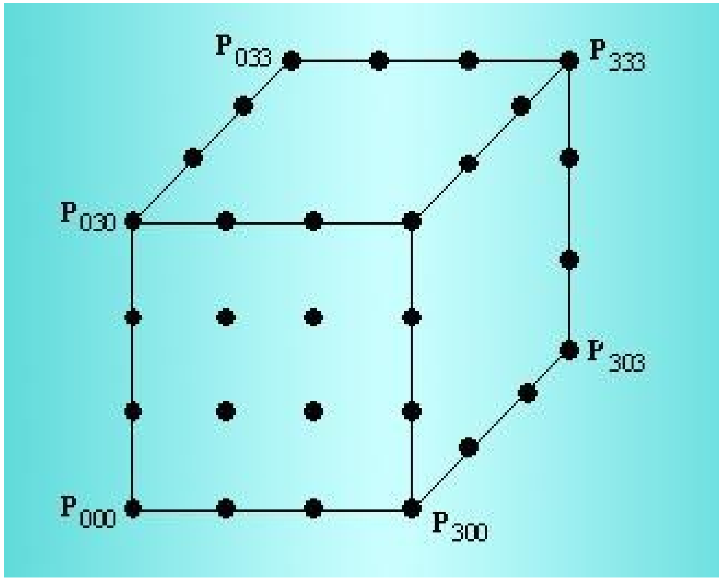
IA841 – Modelagem de Sólidos

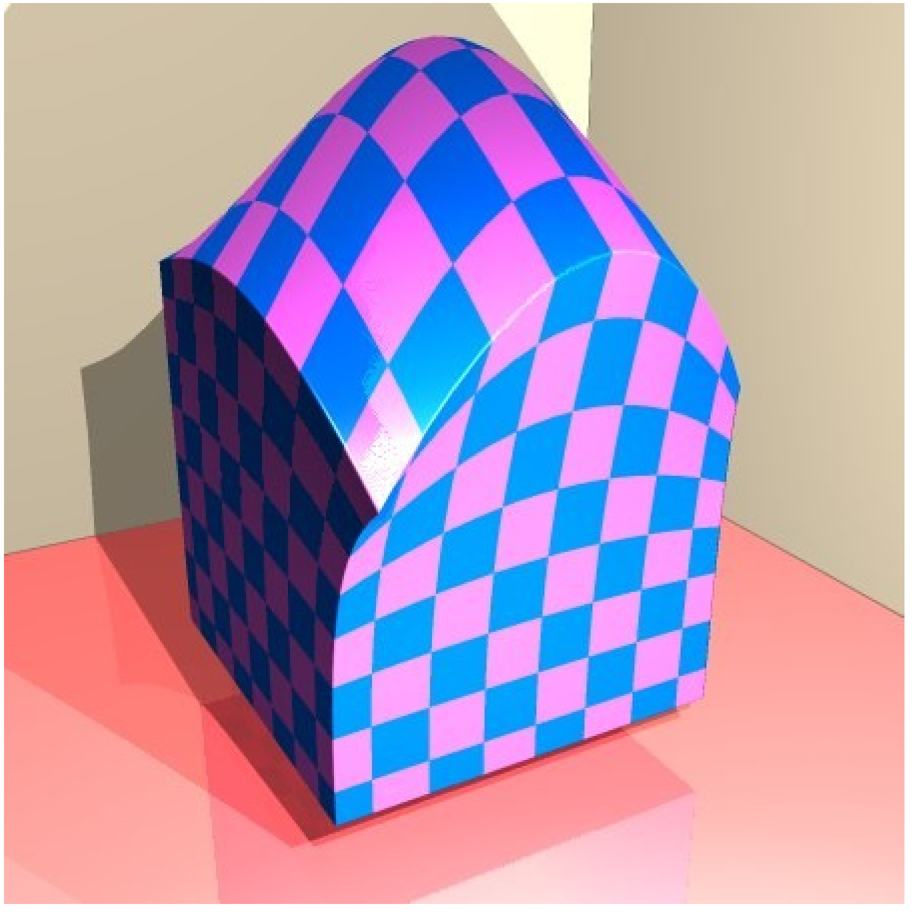
Sólidos

Hoffmann: Capítulo 2

Volumes de Bézier

$$P(u,v,w)=\sum_{i=0}^{m}\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=0}^{l}P_{ijk}B_i^m(u)B_j^n(v)B_k^l(w)$$





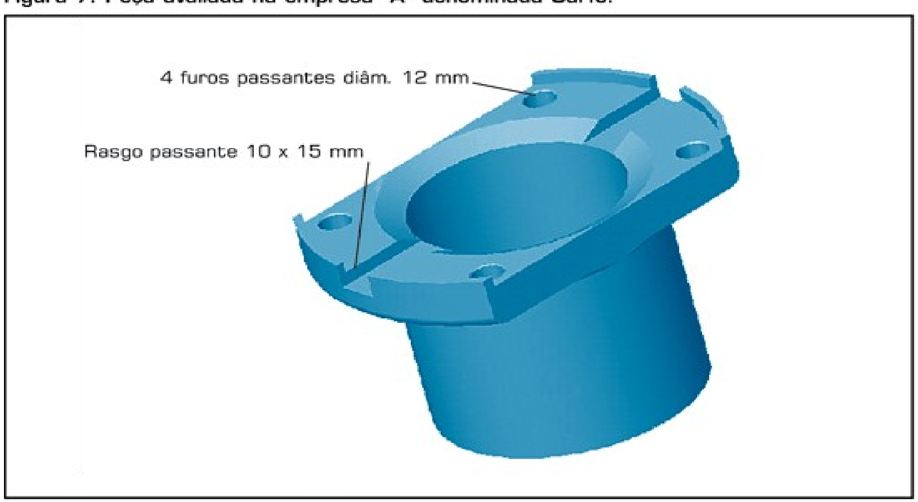
Apropriados para formas "suaves".

http://vg.swan.ac.uk/vlib/GALLERY/bezvolcube_cone.jpg

Modelagem de Peças Usinadas

Peças torneadas e furadas com brocas

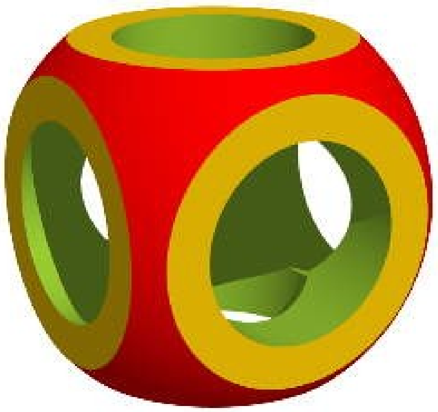
Figura 7: Peça avaliada na empresa "A" denominada Garfo.

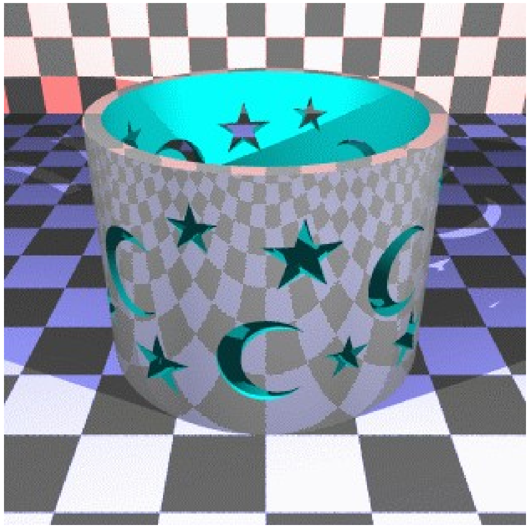


Peça fresada

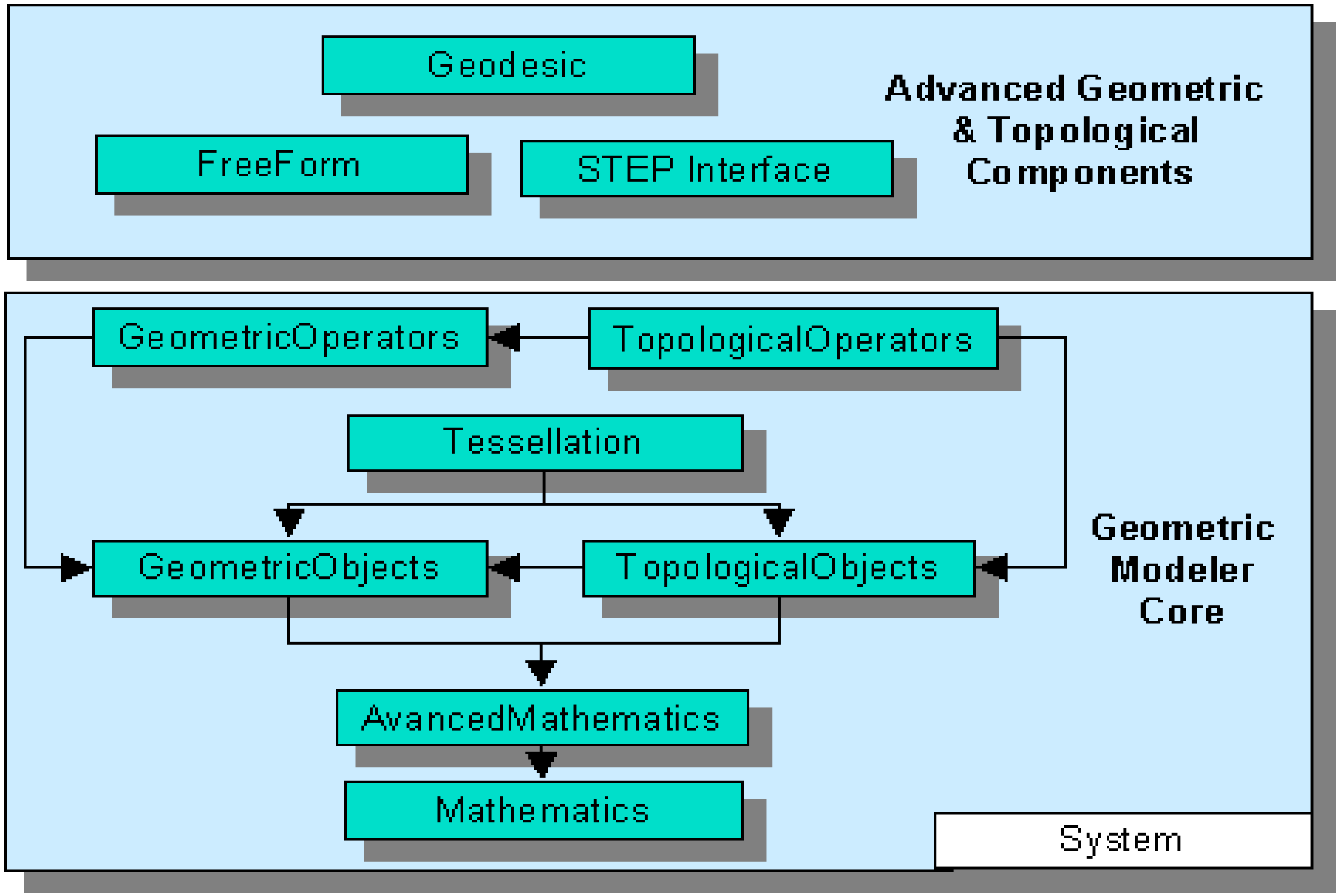
Alternativa

- Representação por partes: Geometria + Topologia





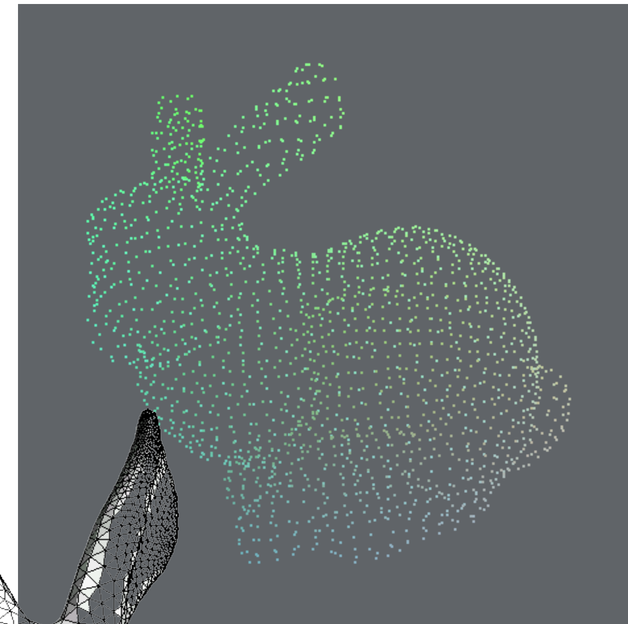
Núcelo de Modelagem Geométrica

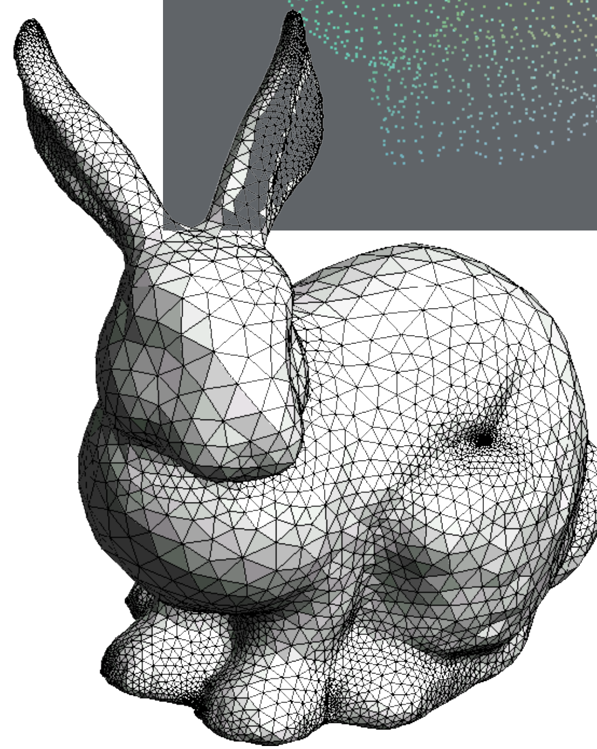


http://winmain.org/CAADoc/Doc/online/CAACgmTechArticles/CAACgmOverview.htm

Requisitos

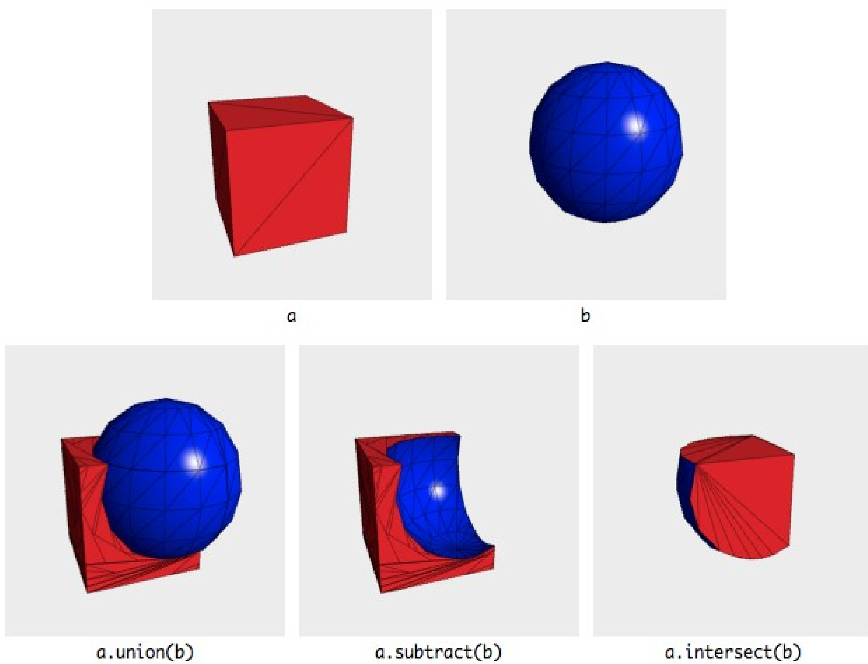
1. Dimensionalidade
2. Representatividade/Precisão
3. Concisão
4. Univocidade
5. Interface
6. Complexidade
7. Estrutura de dados
8. Editabilidade



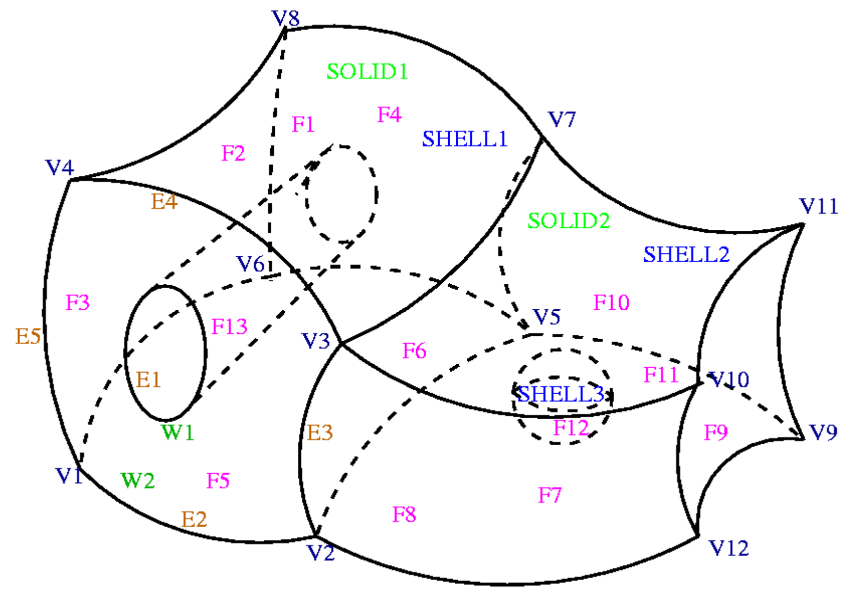


Dois Paradigmas Topológicos

CSG (*Constructive Solid Geometry*): baseado em teoria de conjuntos.



Brep (*Constructive Solid Geometry*): baseado em teoria de topologia algébrica.



COMPSOLID => SOLID1 & SOLID2

SOLID1 => SHELL1 SOLID2 => SHELL2 & SHELL3

SHELL1 => F1 F2 F3 F4 F5 F6 & F13

SHELL2 => F6 F7 F8 F9 F10 F11

SHELL3 => F12

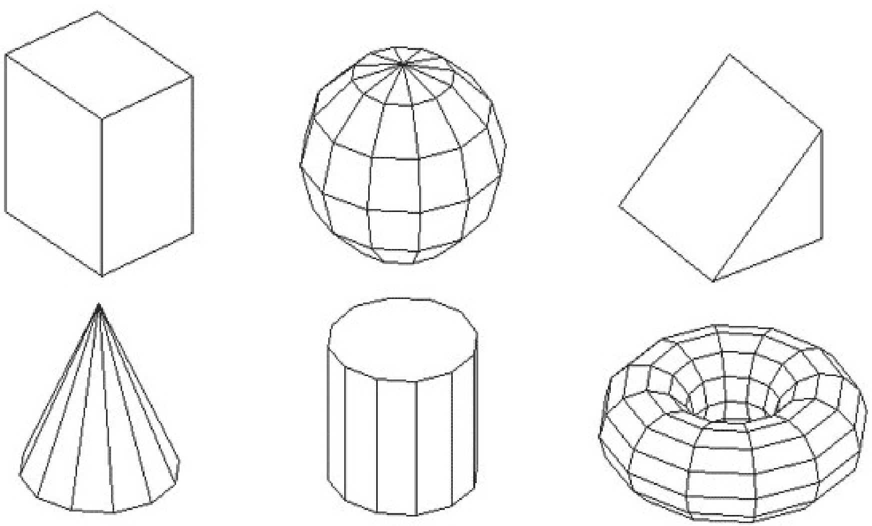
F5 => W1 W2 ...

W1 => E1 W2 => E2 E3 E4 E5 ...

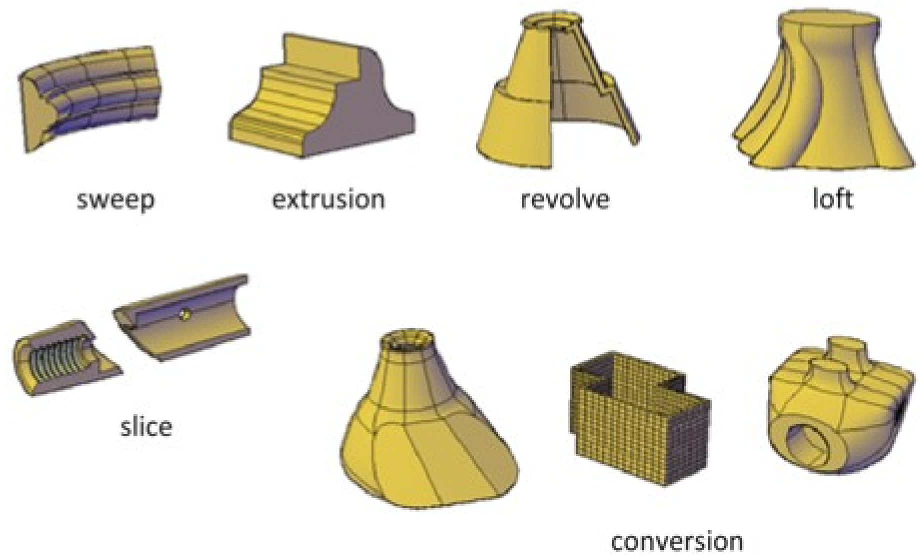
E2 => V1 V2 E3 =>V2 V3 E4 =>V3 V4 E5 => V4 V1 ...

Primitivas de um Modelo

- definem o domínio de um modelo de sólidos.
- podem ser instâncias de classes pré-definidas, funções ou geradas proceduralmente, interseções de espaços pré-definidos.



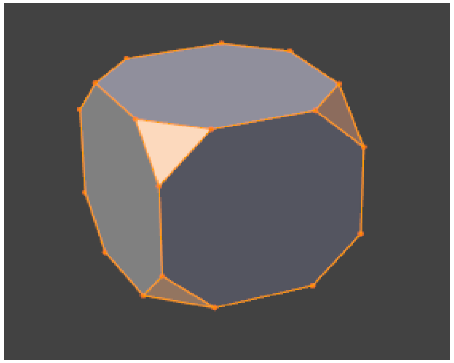
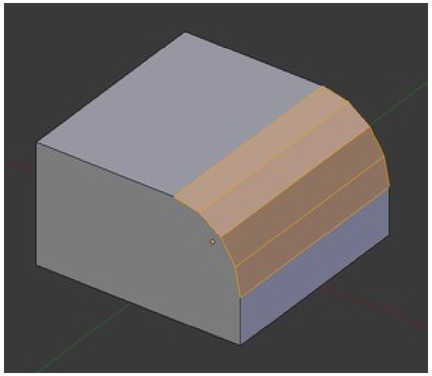
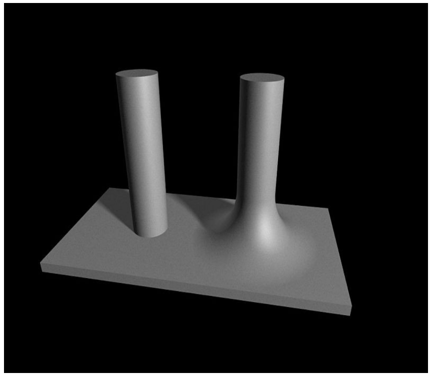
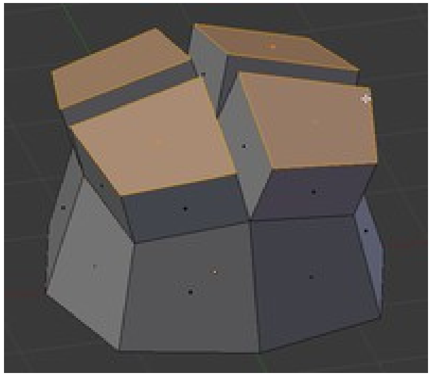
Instanciações



“Objetos procedurais”

Operadores de um Modelo

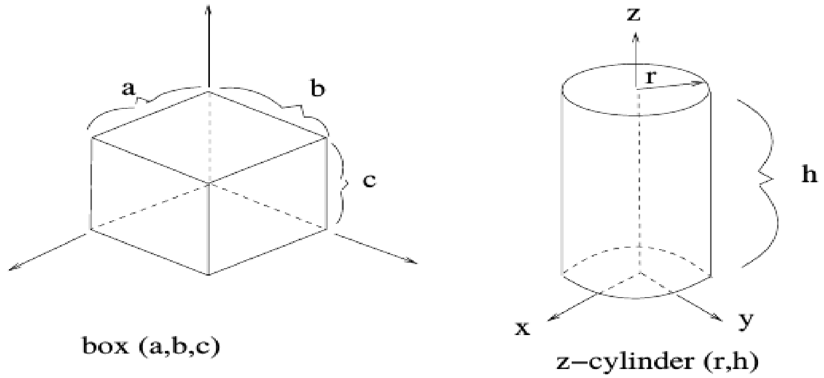
- Operadores Locais
  - A geometria do modelo é modificado parcialmente
  - Chamfros, filetes, extrusões localizadas, etc.

- Operadores Globais
  - transformações geométricas
  - *Undoing* e *redoing*: árvore da história de construção

CSG

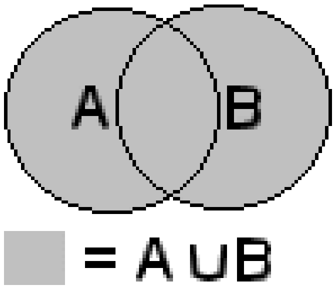
- Primitivas: conjuntos limitados de pontos
    - Instanciação de formas básicas

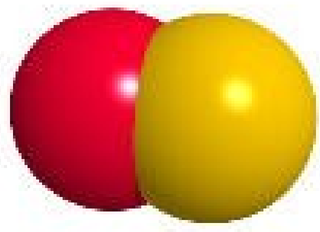


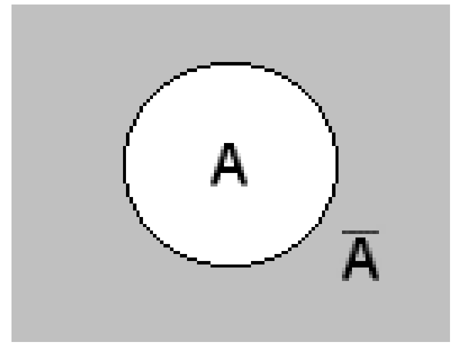
    - Interseções de semi-espaços

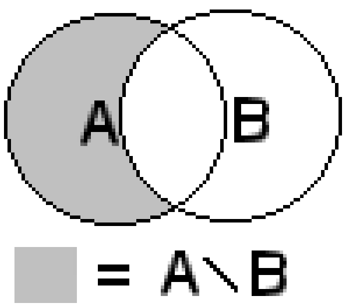
- Operadores booleanos regularizdos: operações fechadas para o domínio

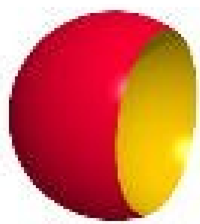
Operadores Booleanos

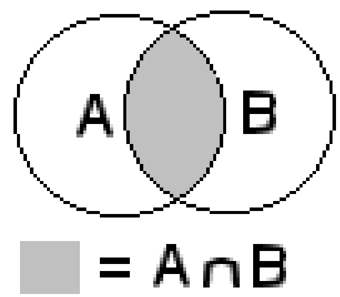


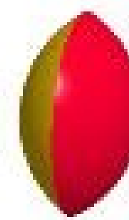


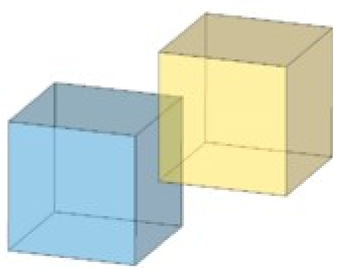


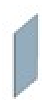






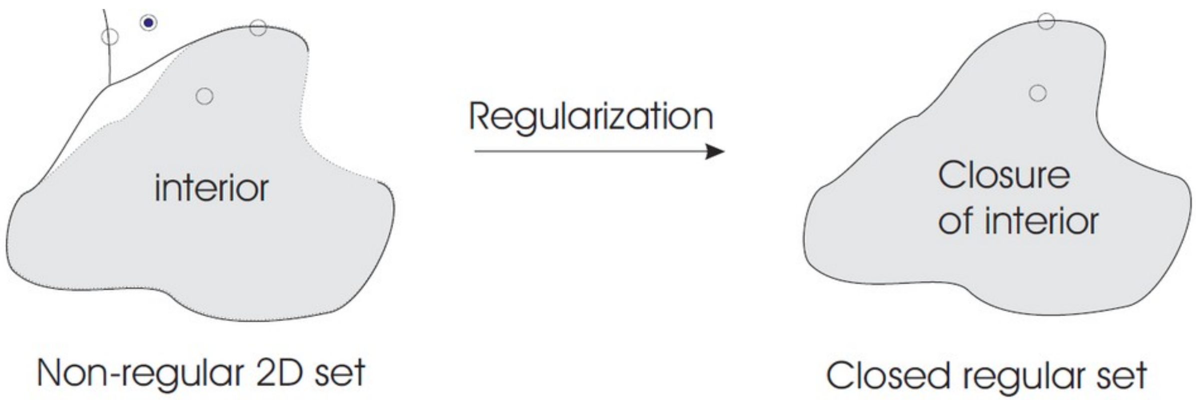


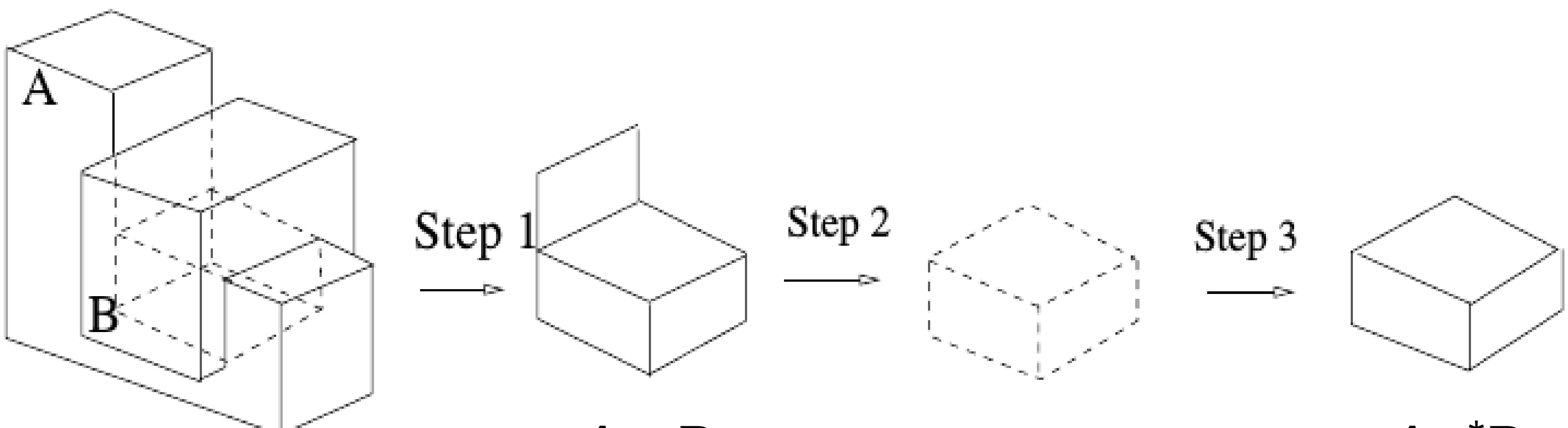




$A \cap B$ ⟶ Dimensão menor!!!

Operadores Booleanos Regulares



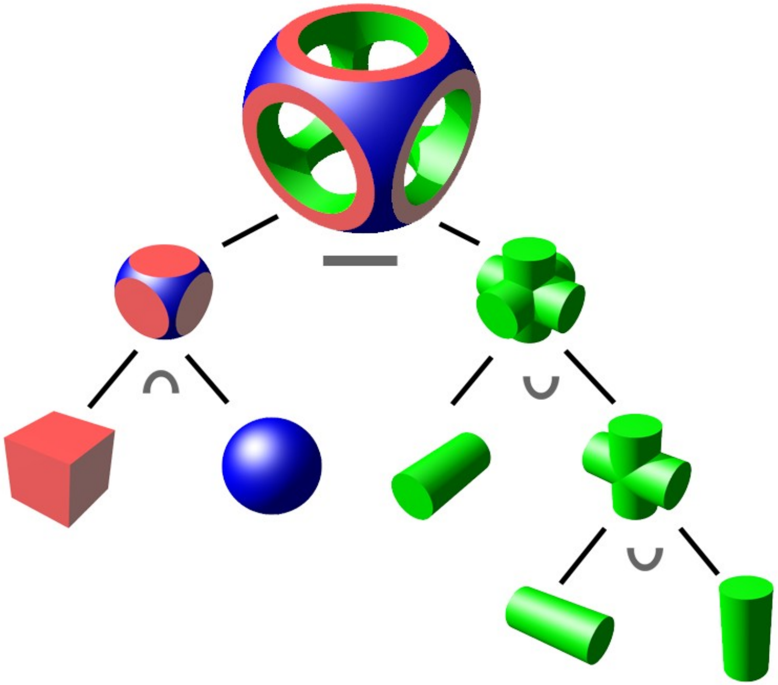


$A \cap B$ $\qquad$ $A \overset{*}{\cap} B$

http://doc.cgal.org/latest/Boolean_set_operations_2/index.html

Representações

- **Árvore CSG**

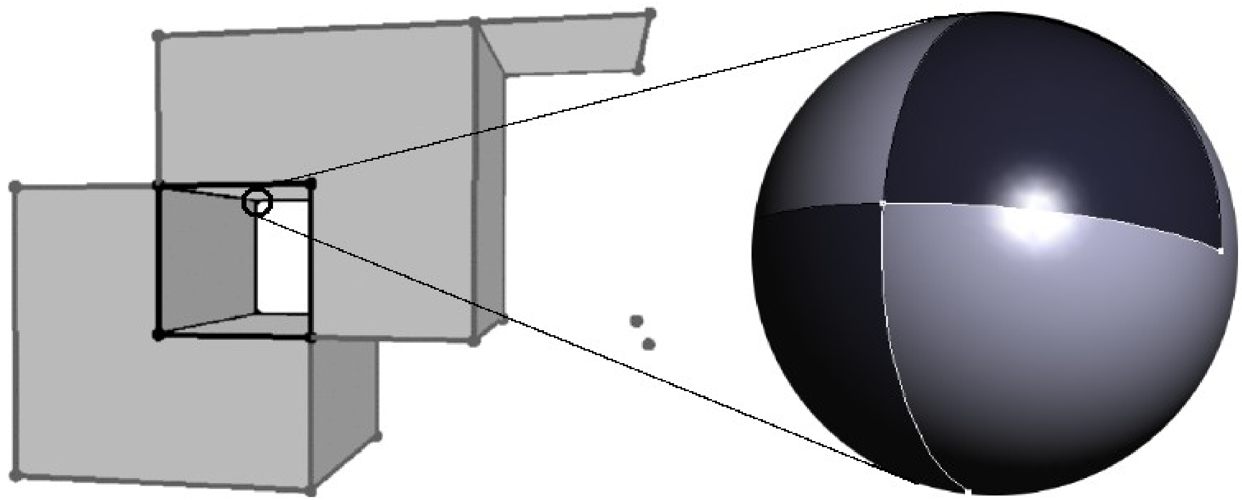


- **Expressões**

(x-desloca(esfera (2),-1) ∩*cubo(2),0) -* (cilindro(2,1) U* (x-rotate(cilindro(2,1),90) U* (z-rotate(x-rotate(cilindro(2,1),90),90))

Pertinência de um Ponto

- Classificação em relação a um sólido: interior, sobre e exterior.



Vizinhança: bola aberta

$Vizinhança(P) \subset Sólido$: Interior (*in*)

$Vizinhança(P)\ parcialmente \subset Sólido$: Fronteira/borda (*on*)

$Vizinhança(P) \not\subset Sólido$: Exterior (*out*)

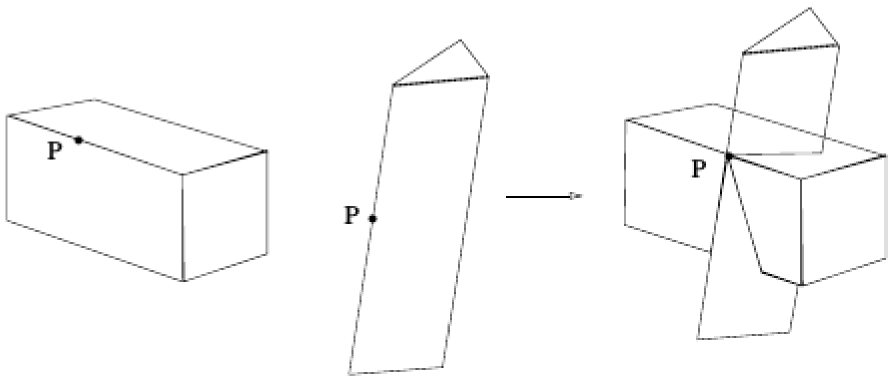
Um Algoritmo

- Paradigma: dividir-para-conquistar
- Propagar o ponto pelos nós da árvore CSG até as folhas onde é determinada a sua pertinência em relação a cada primitiva. Esta classificação é propagada de volta até a raiz "fundindo" as vizinhanças do ponto levando em conta os operadores booleanos.

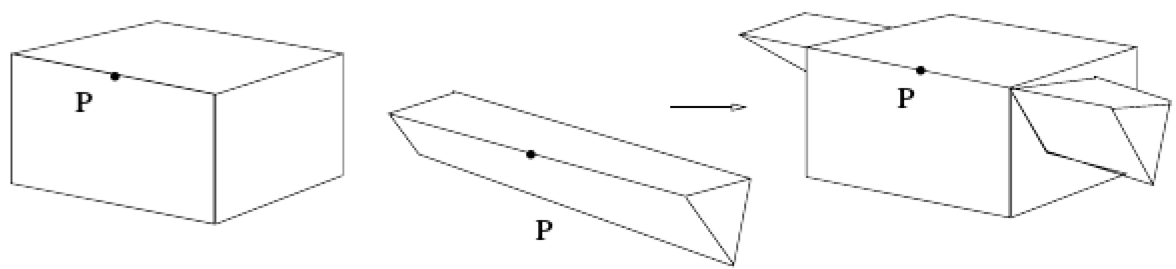
$\cup^*$	*in*	*on*	*out*
in	*in*	*in*	*in*
on	*in*	*on?*	*on*
out	*in*	*on*	*out*

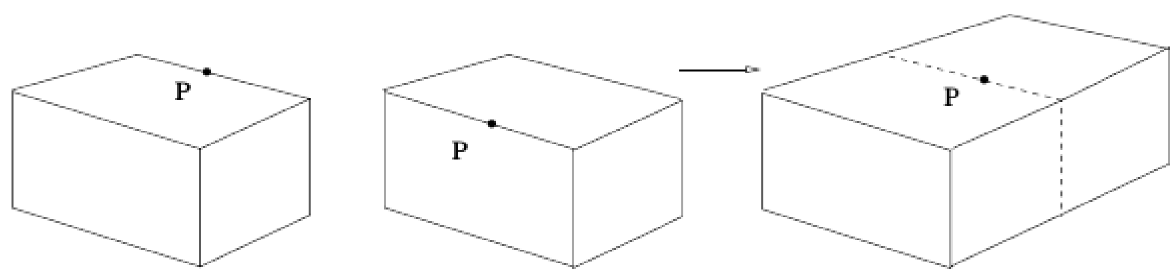
$\cap^*$	*in*	*on*	*out*
in	*in*	*on*	*out*
on	*on*	*on?*	*out*
out	*out*	*out*	*out*

Ambiguidade Geométrica em “*on*” topológico



Fusão das vizinhanças na borda requer processamento geométrico.

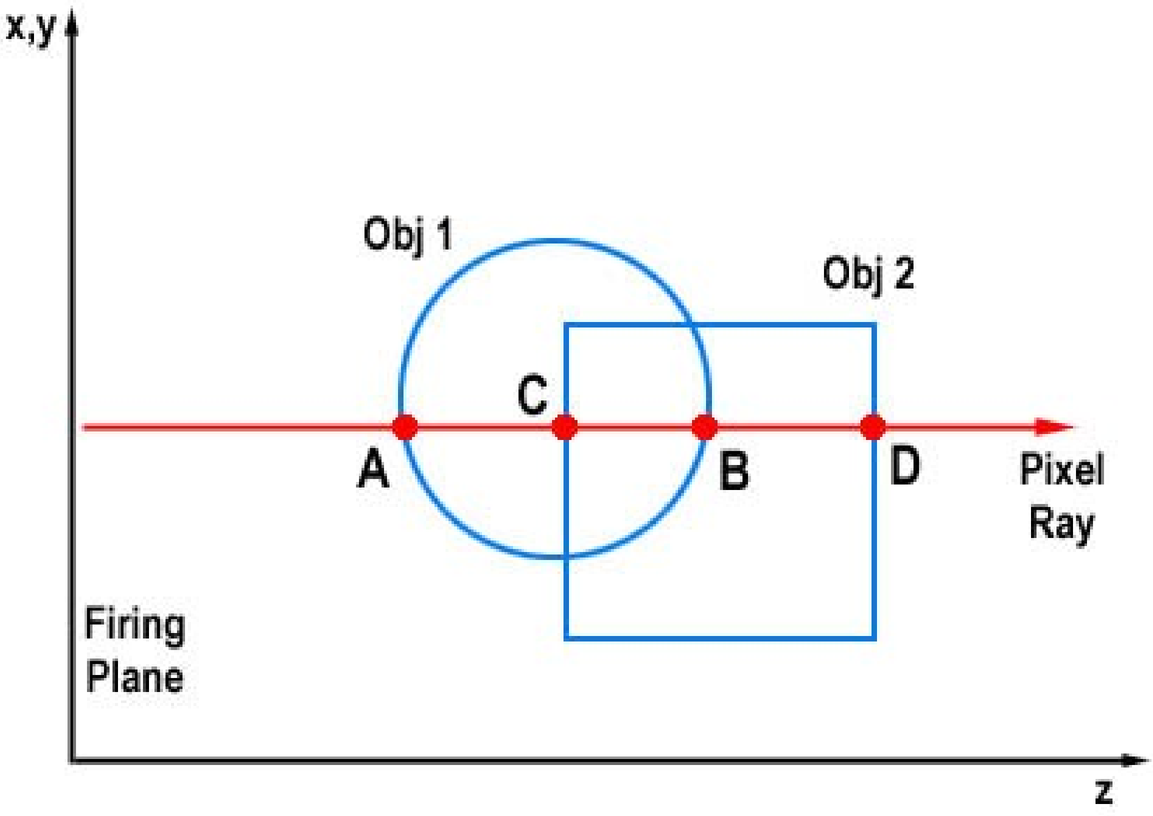




Pertinência de uma Curva

- *Ray-casting* para renderização da árvore CSG
- Mesmo paradigma do algoritmo de classificação de um ponto: **propagação descendente** na árvore para determinar a posição do ponto em relação às primitivas e **propagação ascendente** para “fundir” os intervalos levando em conta as operações booleanas.

Exemplo



União: A,D
Interseção: C,B
Diferença
Obj_1-Obj_2: A,C
Obj_2-Obj_1: B,D

Ray-casting

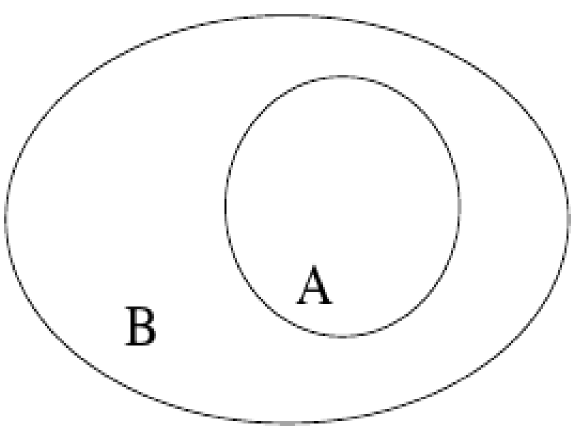
http://www.f-lohmueller.de/pov_tut/csg/povcsg1e.htm

Pertinência de uma Superfície

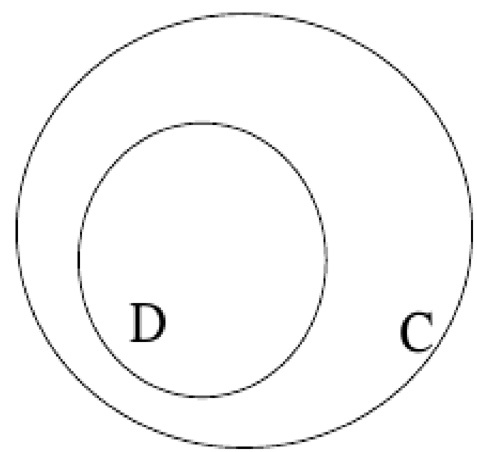
- Reduzir o problema a pertinência de curvas/bordas da superfície com o sólido.
- Compor as curvas classificadas para reconstruir as bordas das áreas recortadas da superfície.

Redundâncias

- Espaço vazio → objeto nulo.
- Λ-redundante: contém subárvores representando objetos nulos.
- Ω-redundante: complemento do objeto nulo não altera a forma final do objeto.



A U* B → B

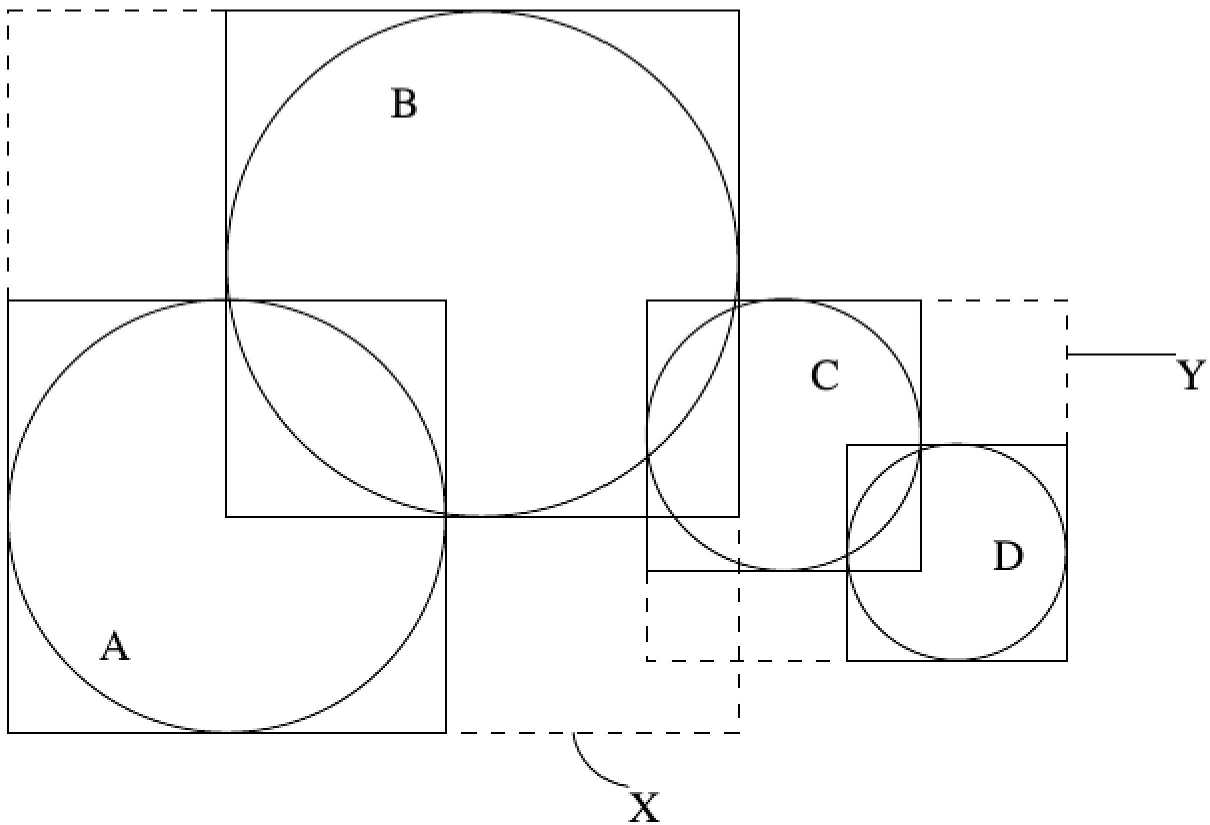


C ∩* D → D

Detecção de Redundâncias

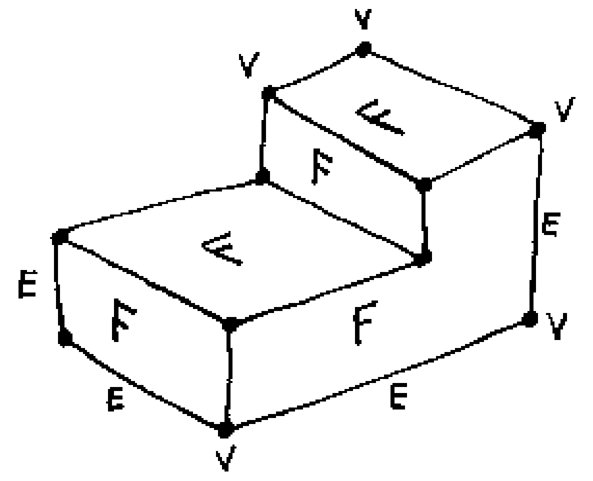
- Aproximar as primitivas por geometrias simples (*bounding spheres* or *bounding boxes*).

(A U* B) -* (C U* D) → σ((A U* B) -* (C U* D))



Brep

- Primitivas: variedades 0D (*vertices*), 1D (*edges*), 2D (*faces*) e 3D (*solids*)

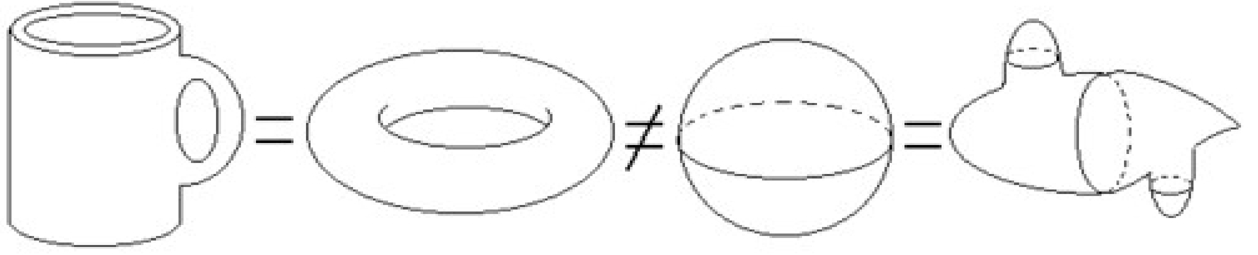


- Operadores topológicos que satisfazem a fórmula Euler-Poincaré

$$\sum (-1)^i \alpha_i = \sum (-1)^j \beta_j$$

Espaço Topológico

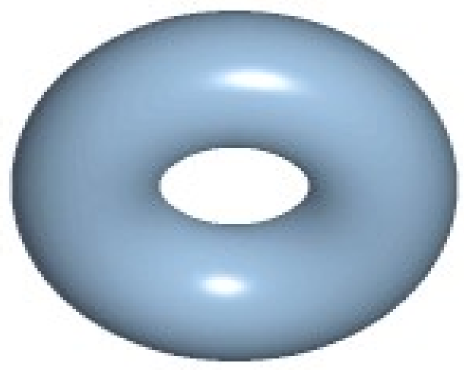
- Espaço onde as propriedades são preservadas em funções (mapeamentos) contínuas



topologicamente equivalentes

topologicamente equivalentes

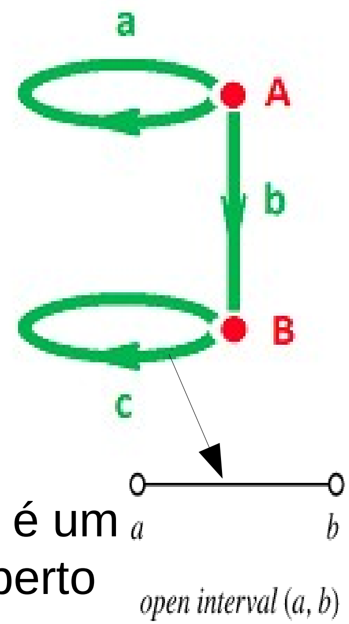
Exemplo

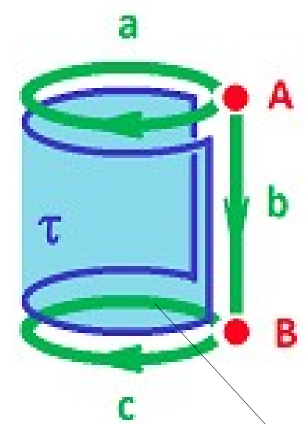


http://functionspace.org/topic/3593/Examples-of-topologically-equivalent-surfaces-figures

Complexos Celulares

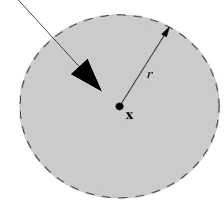
Células 0D (α_0) Células 1D (α_1) Células 2D (α_2)





Vizinhança é um intervalo aberto

Vizinhança é um disco aberto

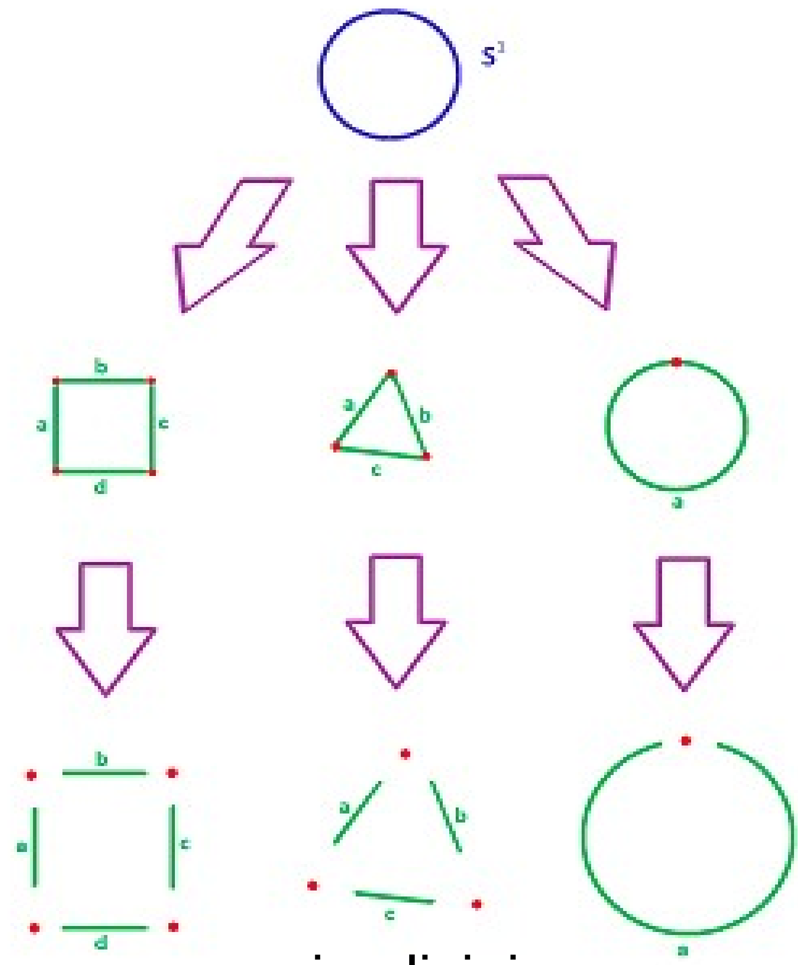


Os complexos celulares são constituídos pela "colagem" de células de dimensão n por meio das células de dimensão (n-1).

$$\vartheta_{i-1} : \alpha_i \rightarrow \alpha_{i-1}$$

http://inperc.com/wiki/index.php?title=Cell_complex

Outros Complexos



“cúbicos”

celulares

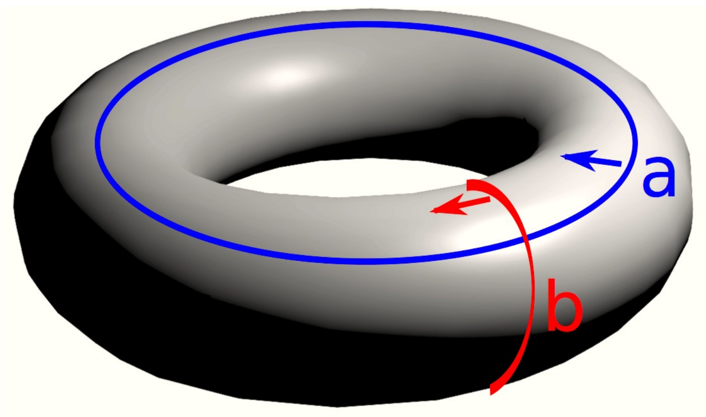
simpliciais

http://inperc.com/wiki/index.php?title=Cell_complex

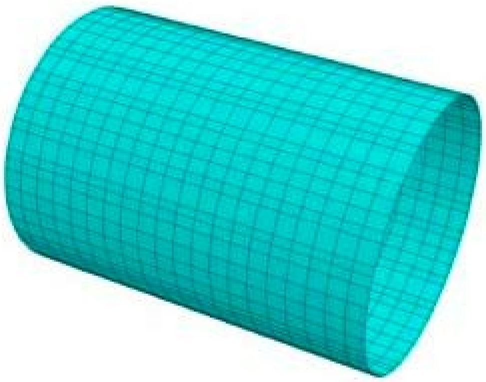
Números de Betti

- Números de buracos no espaço topológico → informalmente,

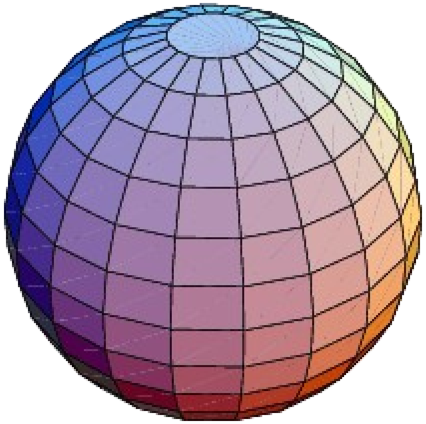
$$\vartheta(\alpha_i)=0 \; e \; \nexists \alpha_{i+1} | \vartheta(\alpha_{i+1})=\alpha_i$$



$\beta_0=1$
$\beta_1=2$
$\beta_2=1$

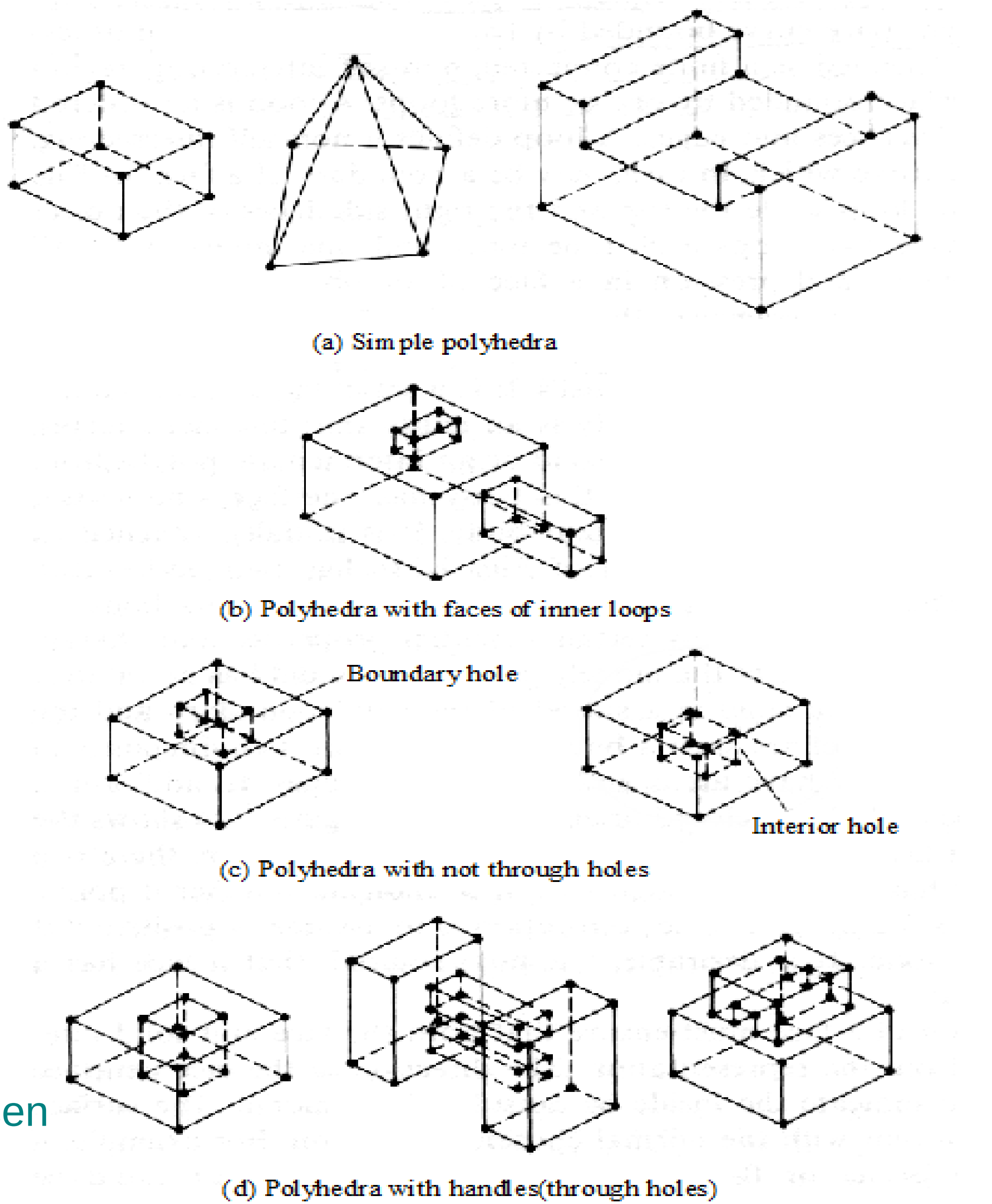


$\beta_0=1$
$\beta_1=1$
$\beta_2=0$



$\beta_0=1$
$\beta_1=0$
$\beta_2=1$

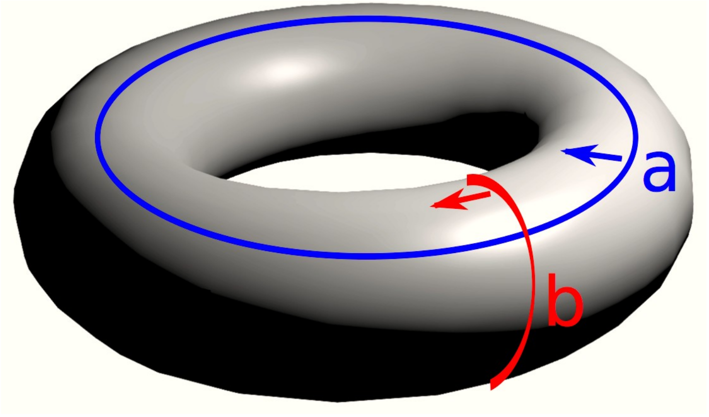
Buracos topológicos



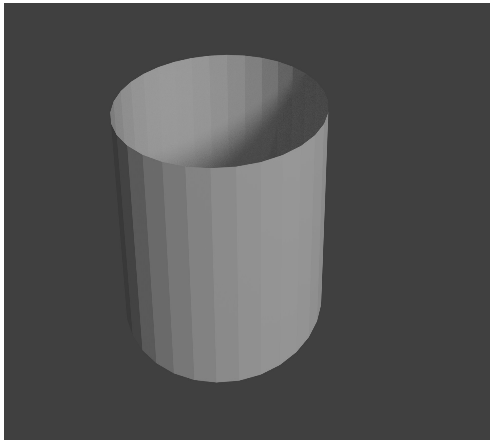
http://designer.mech.yzu.edu.tw/articlesystem/article/compressedfile/%282010-11-25%29%20Solid%20modeling%20techniques%20and%20boundary%20representation.aspx?ArchID=1615

Fórmula de Euler-Poincaré

$$\sum (-1)^i \alpha_i = \sum (-1)^j \beta_j$$



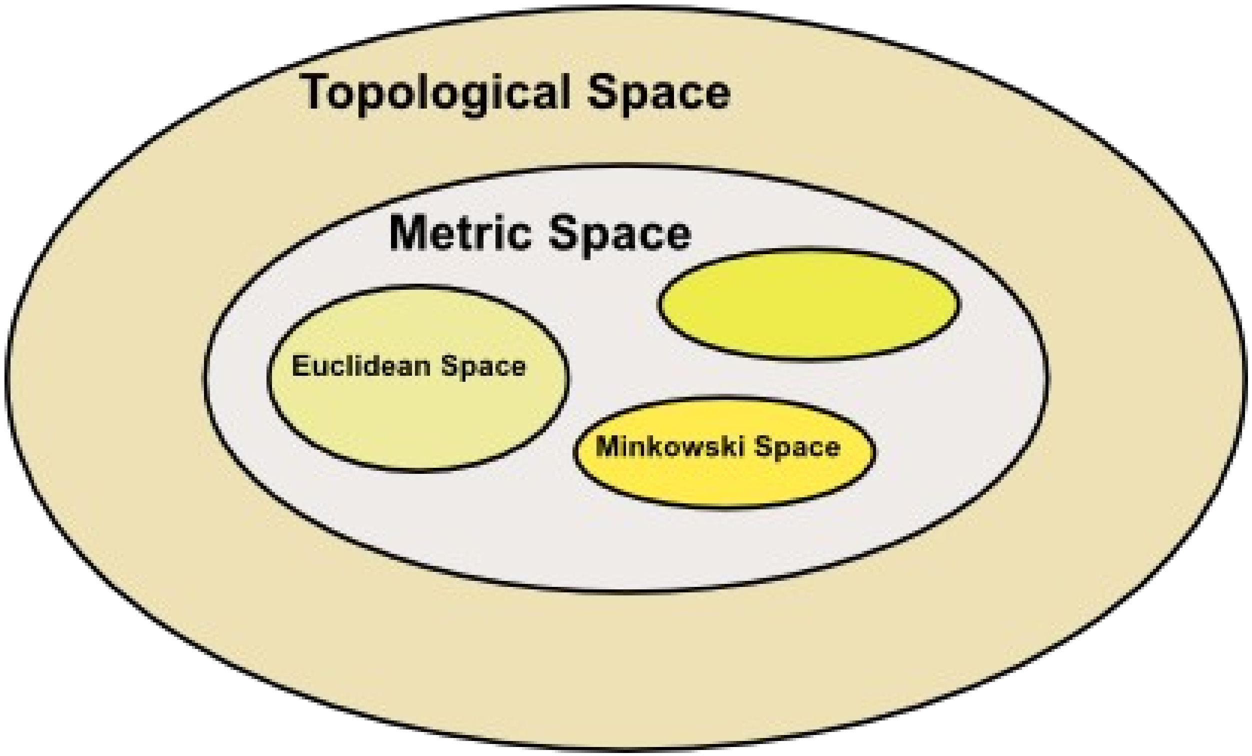
$\alpha_0 = 1$	$\beta_0 = 1$
$\alpha_1 = 2$	$\beta_1 = 2$
$\alpha_2 = 1$	$\beta_2 = 1$



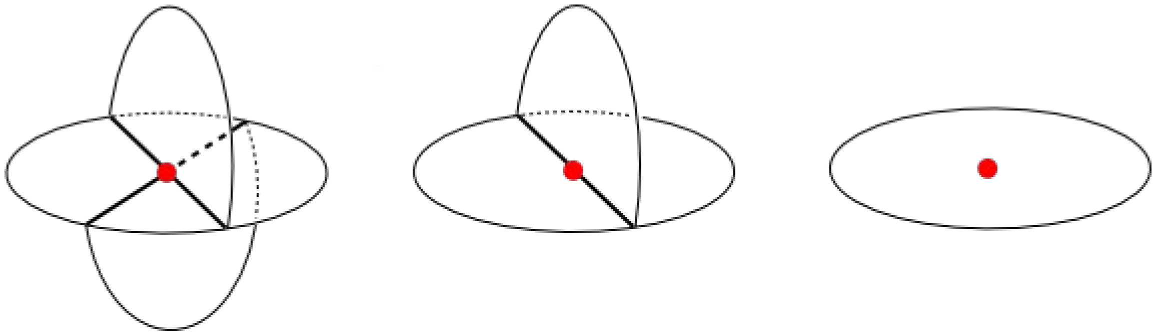
$\alpha_0 = 64$	$\beta_0 = 1$
$\alpha_1 = 96$	$\beta_1 = 1$
$\alpha_2 = 32$	$\beta_2 = 0$

$\alpha_0 = 8$	$\beta_0 = 1$
$\alpha_1 = 12$	$\beta_1 = 0$
$\alpha_2 = 6$	$\beta_2 = 1$

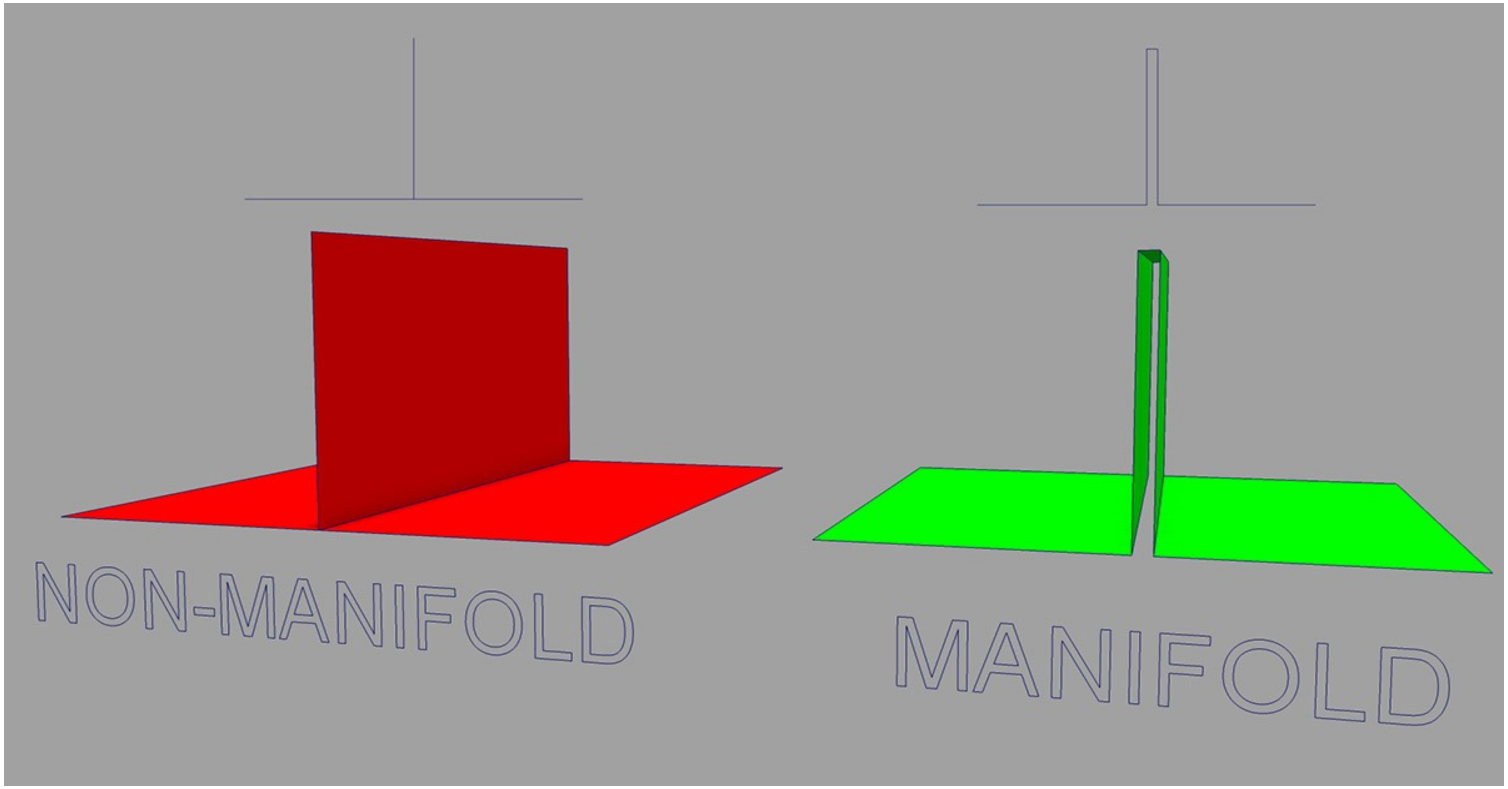
Espaço Topológico x Métrico



Variedades 2D

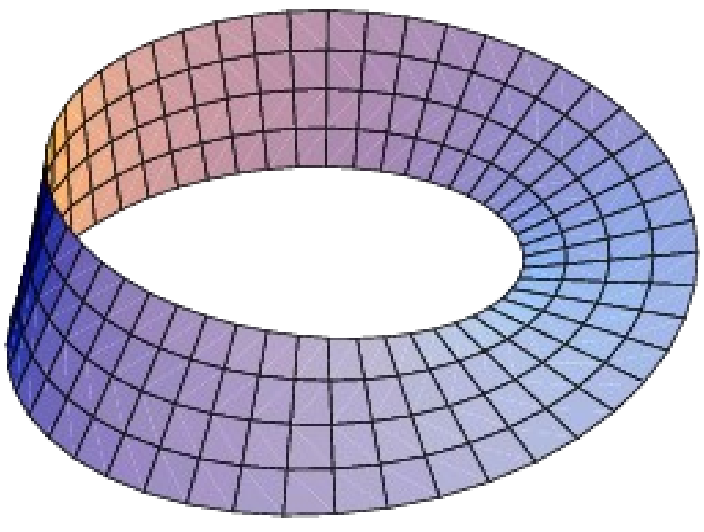


Vizinhança de cada ponto é um disco aberto

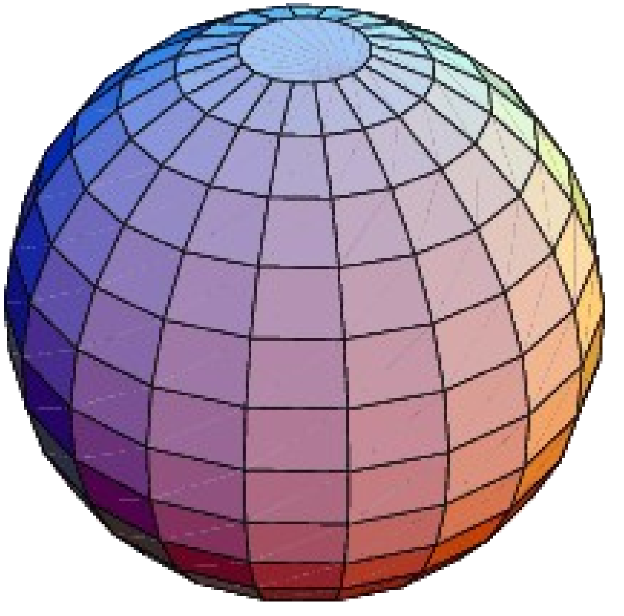


Orientabilidade

Superfície separa o espaço em 2 sub-espaços: interior e exterior.

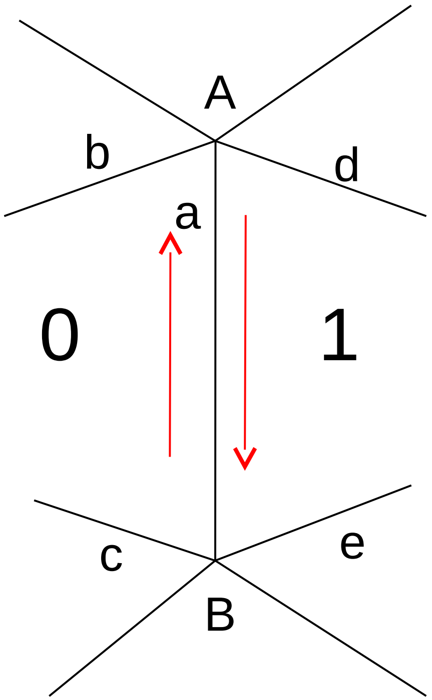


Não-orientável



Orientável

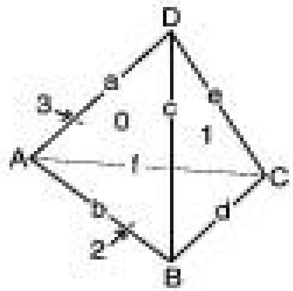
Estrutura Alada



Winged-edge data structure

Aresta	Vértice 1	Vértice 2	Face direita	Face esquerda	Predecessor direito	Sucessor direito	Predecessor esquerdo	Predecessor direito
a	B	A	0	1	c	b	d	e

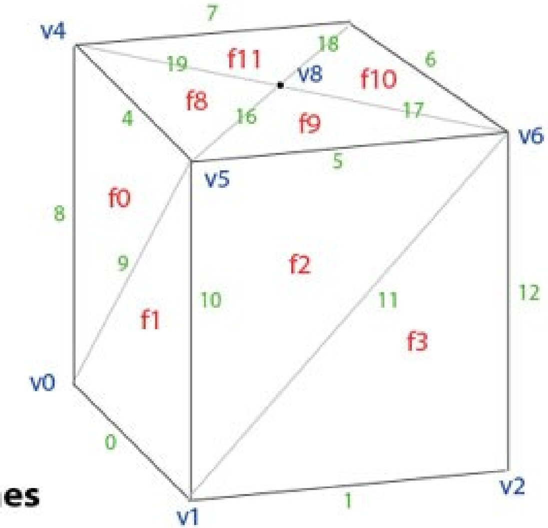
Estrutura Alada

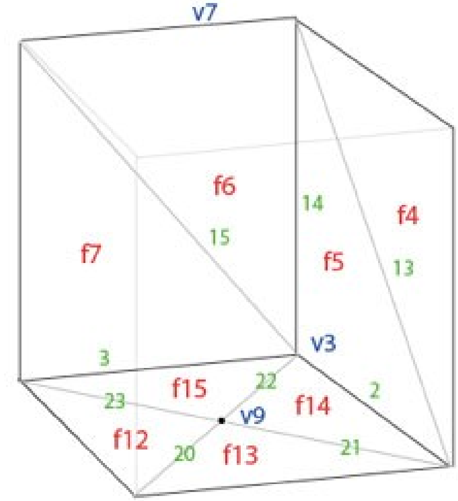


edge	*vertex 1*	*vertex 2*	*face left*	*face right*	*pred left*	*succ left*	*pred right*	*succ right*
a	A	D	3	0	f	e	c	b
b	A	B	0	2	a	c	d	f
c	B	D	0	1	b	a	e	d
d	B	C	1	2	c	e	f	b
e	C	D	1	3	d	c	a	f
f	C	A	3	2	e	a	b	d

Face	Aresta
0	a
1	c
2	d
3	a

Vértice	Aresta
A	a
B	d
C	e
D	c





Winged-Edge Meshes

Face List

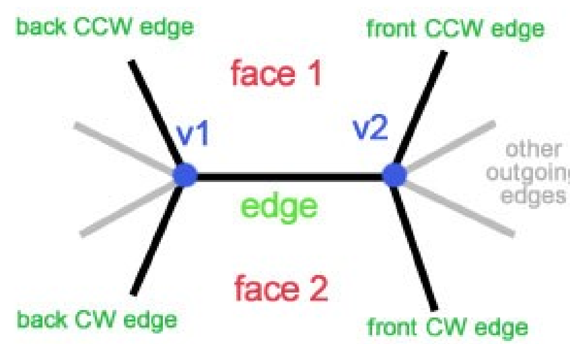
f0	4 8 9
f1	0 10 9
f2	5 10 11
f3	1 12 11
f4	6 12 13
f5	2 14 13
f6	7 14 15
f7	3 8 15
f8	4 16 19
f9	5 17 16
f10	6 18 17
f11	7 19 18
f12	0 23 20
f13	1 20 21
f14	2 21 22
f15	3 22 23

Edge List

e0	v0 v1	f1 f12	9 23 10 20
e1	v1 v2	f3 f13	11 20 12 21
e2	v2 v3	f5 f14	13 21 14 22
e3	v3 v0	f7 f15	15 22 8 23
e4	v4 v5	f0 f8	19 8 16 9
e5	v5 v6	f2 f9	16 10 17 11
e6	v6 v7	f4 f10	17 12 18 13
e7	v7 v4	f6 f11	18 14 19 15
e8	v0 v4	f7 f0	3 9 7 4
e9	v0 v5	f0 f1	8 0 4 10
e10	v1 v5	f1 f2	0 11 9 5
e11	v1 v6	f2 f3	10 1 5 12
e12	v2 v6	f3 f4	1 13 11 6
e13	v2 v7	f4 f5	12 2 6 14
e14	v3 v7	f5 f6	2 15 13 7
e15	v3 v4	f6 f7	14 3 7 15
e16	v5 v8	f8 f9	4 5 19 17
e17	v6 v8	f9 f10	5 6 16 18
e18	v7 v8	f10 f11	6 7 17 19
e19	v4 v8	f11 f8	7 4 18 16
e20	v1 v9	f12 f13	0 1 23 21
e21	v2 v9	f13 f14	1 2 20 22
e22	v3 v9	f14 f15	2 3 21 23
e23	v0 v9	f15 f12	3 0 22 20

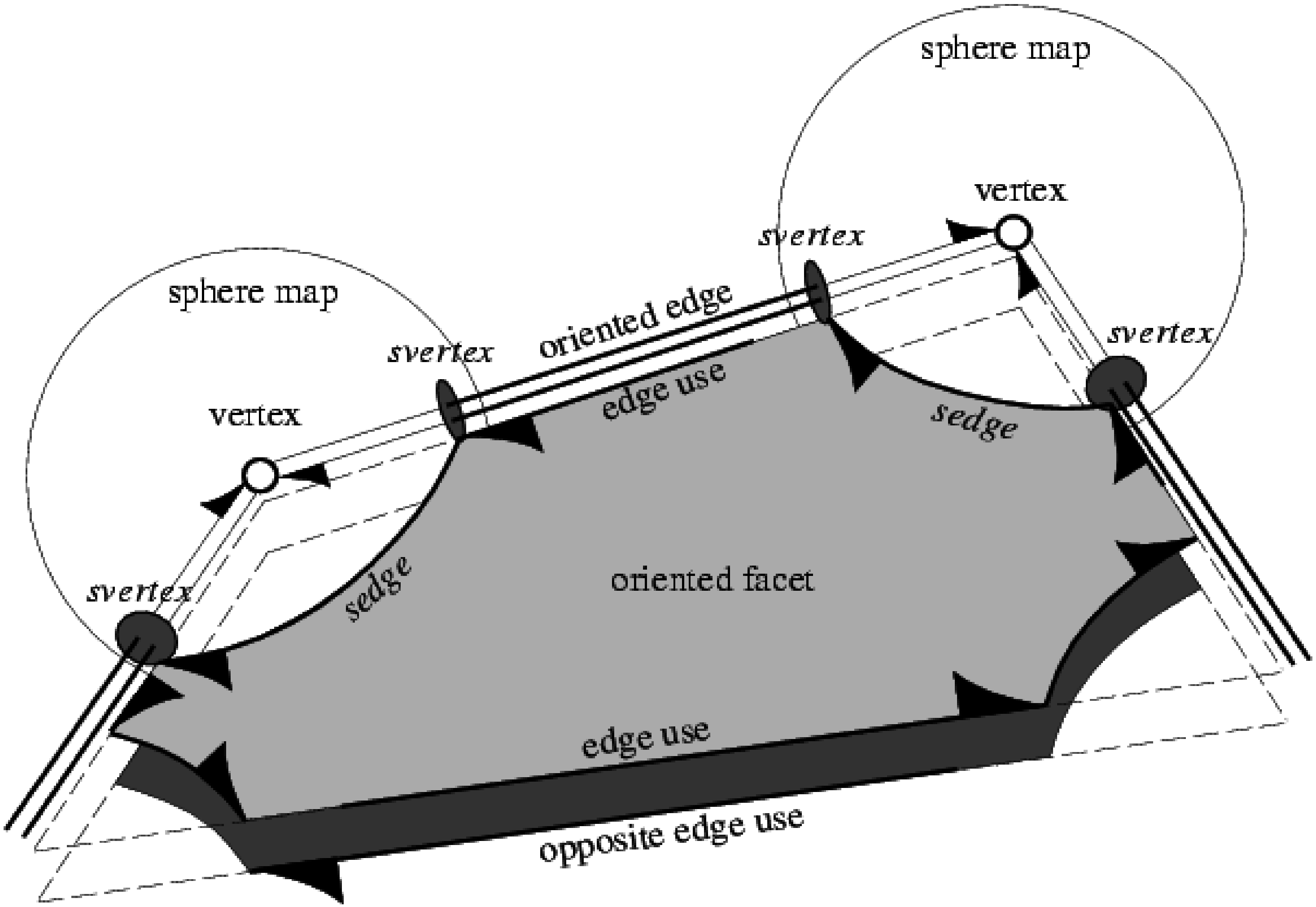
Vertex List

v0	0,0,0	8 9 0 23 3
v1	1,0,0	10 11 1 20 0
v2	1,1,0	12 13 2 21 1
v3	0,1,0	14 15 3 22 2
v4	0,0,1	8 15 7 19 4
v5	1,0,1	10 9 4 16 5
v6	1,1,1	12 11 5 17 6
v7	0,1,1	14 13 6 18 7
v8	.5,.5,0	16 17 18 19
v9	.5,.5,1	20 21 22 23

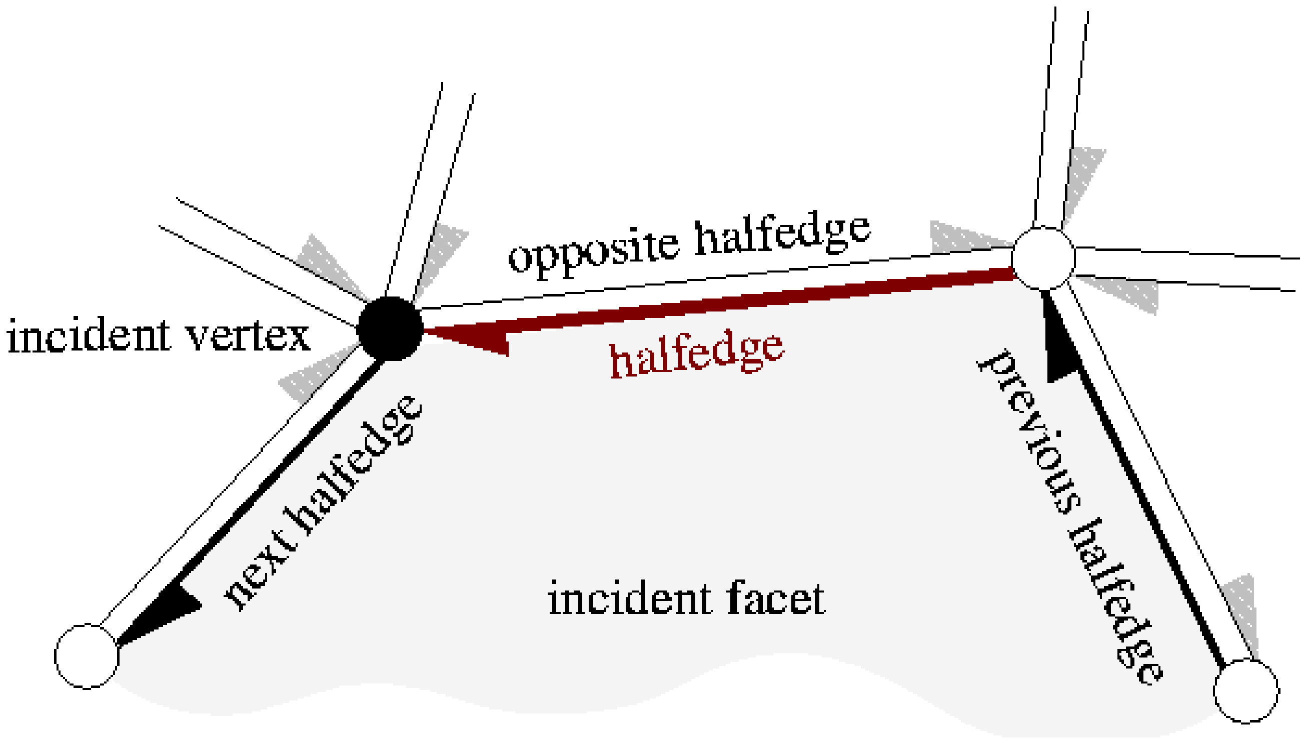


Winged Edge Structure

Uma Variante



Estrutura Meia-Aresta



http://www.flipcode.com/archives/The_Half-Edge_Data_Structure.shtml

Operadores de Euler

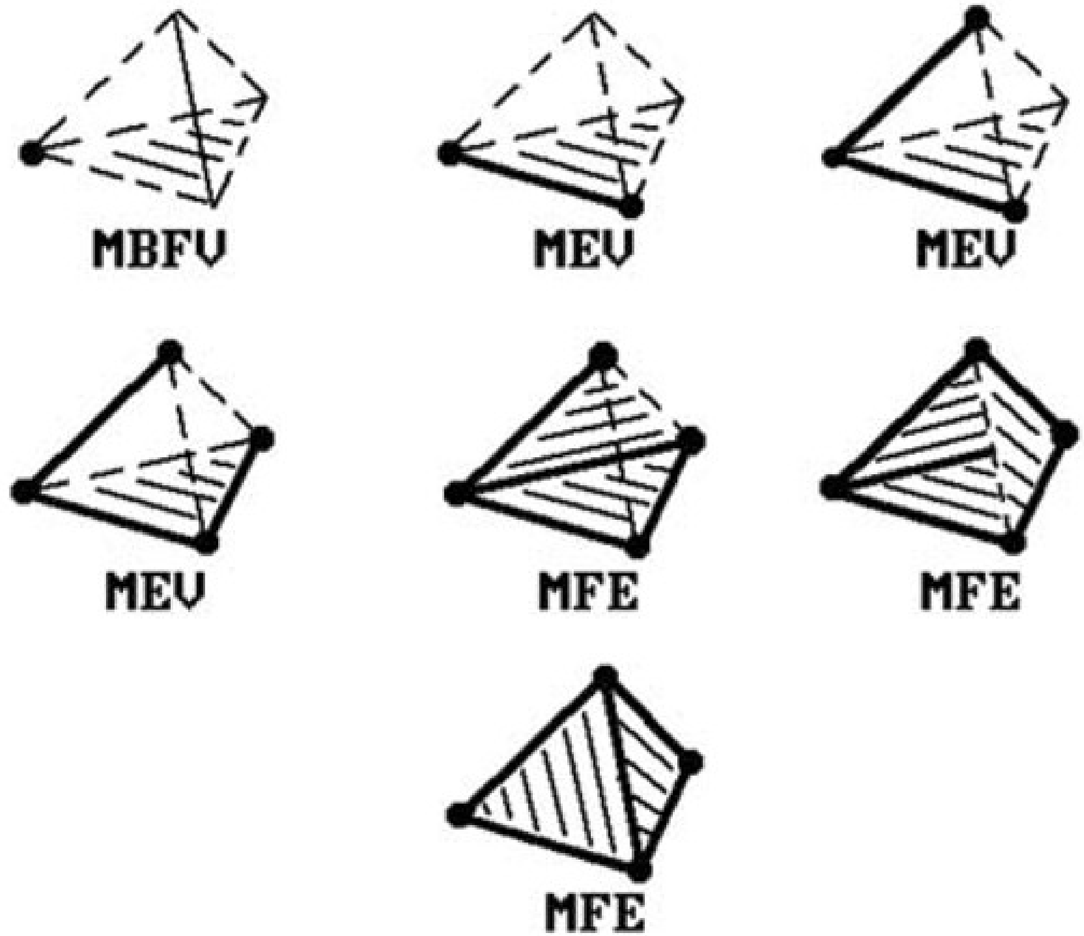
- Notação: mxky
  - m: *make*
  - k: *kill*
  - x,y: células 0D (v), 1D (e), 2D (f)
- Quantidade mínima de operadores

$$\sum (-1)^i \alpha_i = \sum (-1)^j \beta_j$$

  - Para superfícies topologicamente equivalentes a esferas: $v - e + f = 2$

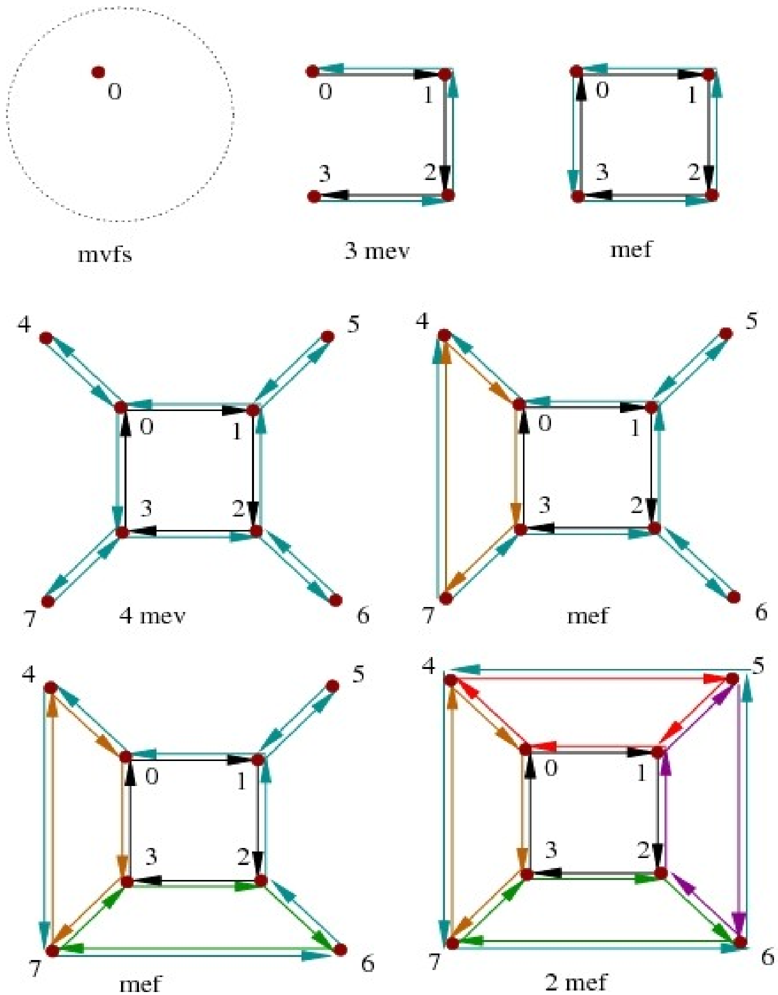
mef, mev

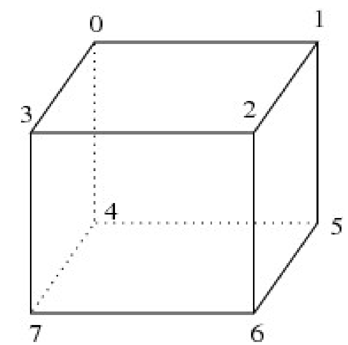
Exemplo 1



http://what-when-how.com/computer-graphics-and-geometric-modeling/approaches-to-geometric-modeling-basic-computer-graphics-part-3/

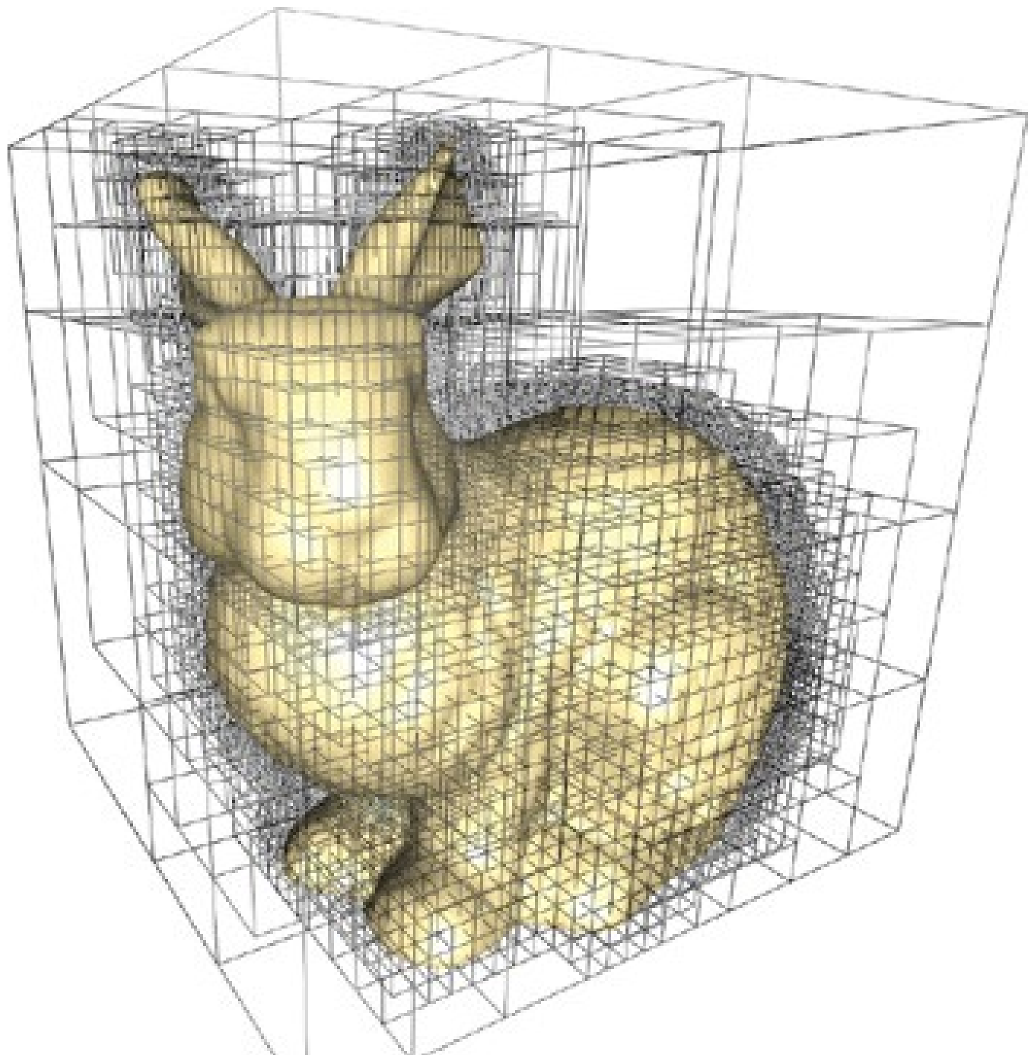
Exemplo 2



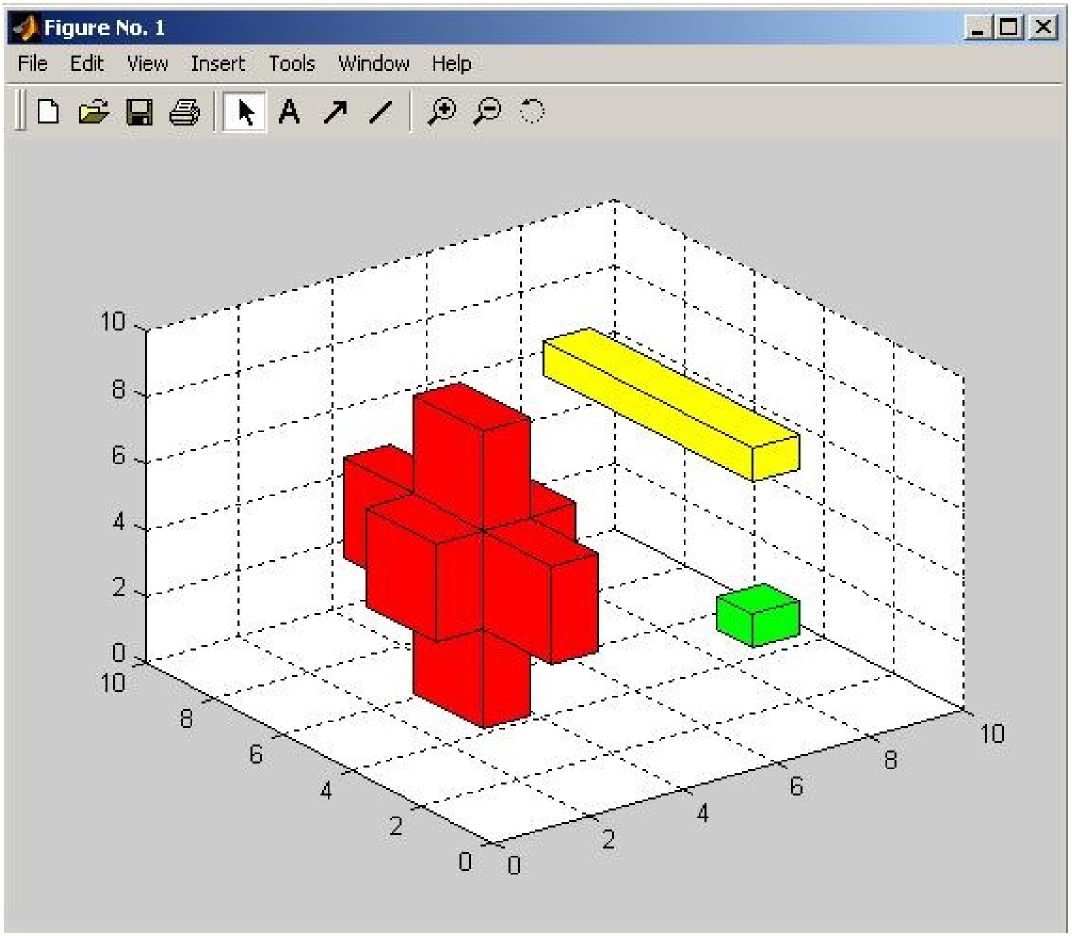


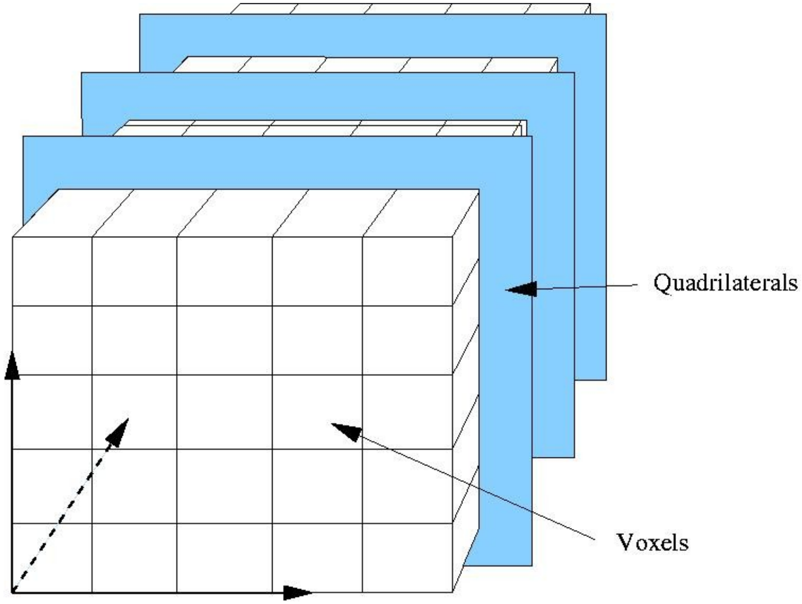
http://www.cs.utah.edu/~xchen/euler-doc/test-cube_8cc-example.html

Decomposição Espacial



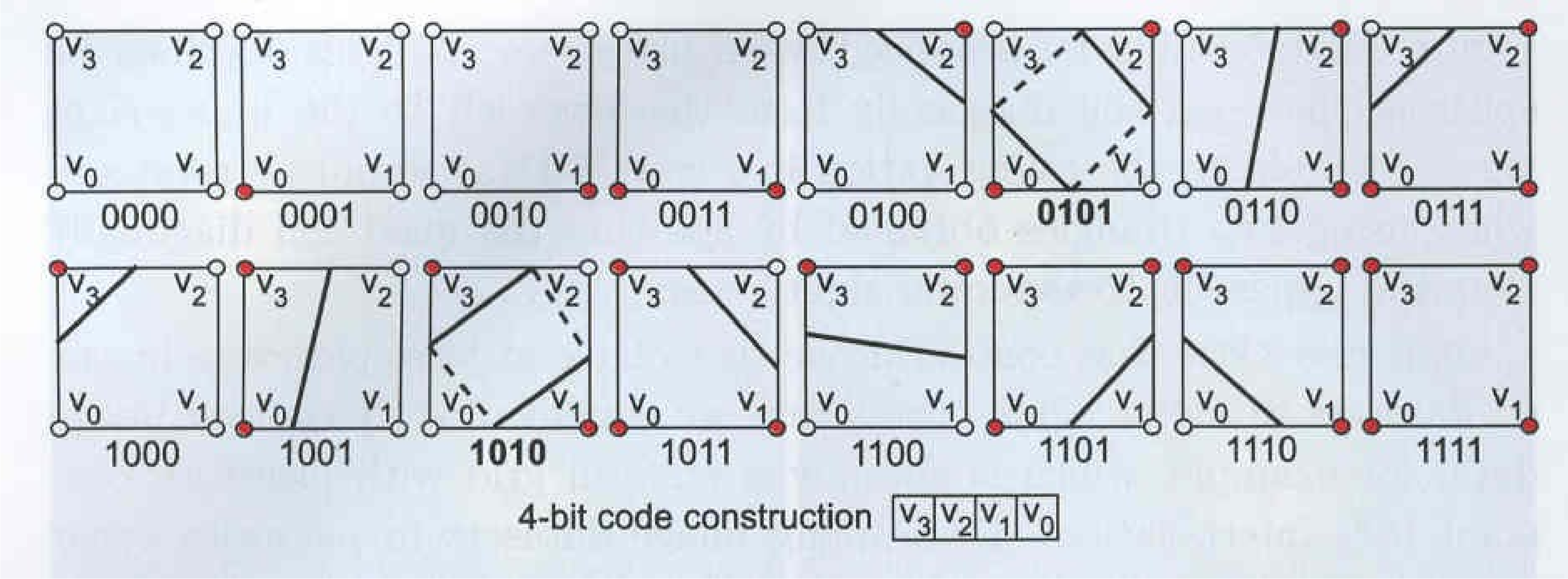
Discretização





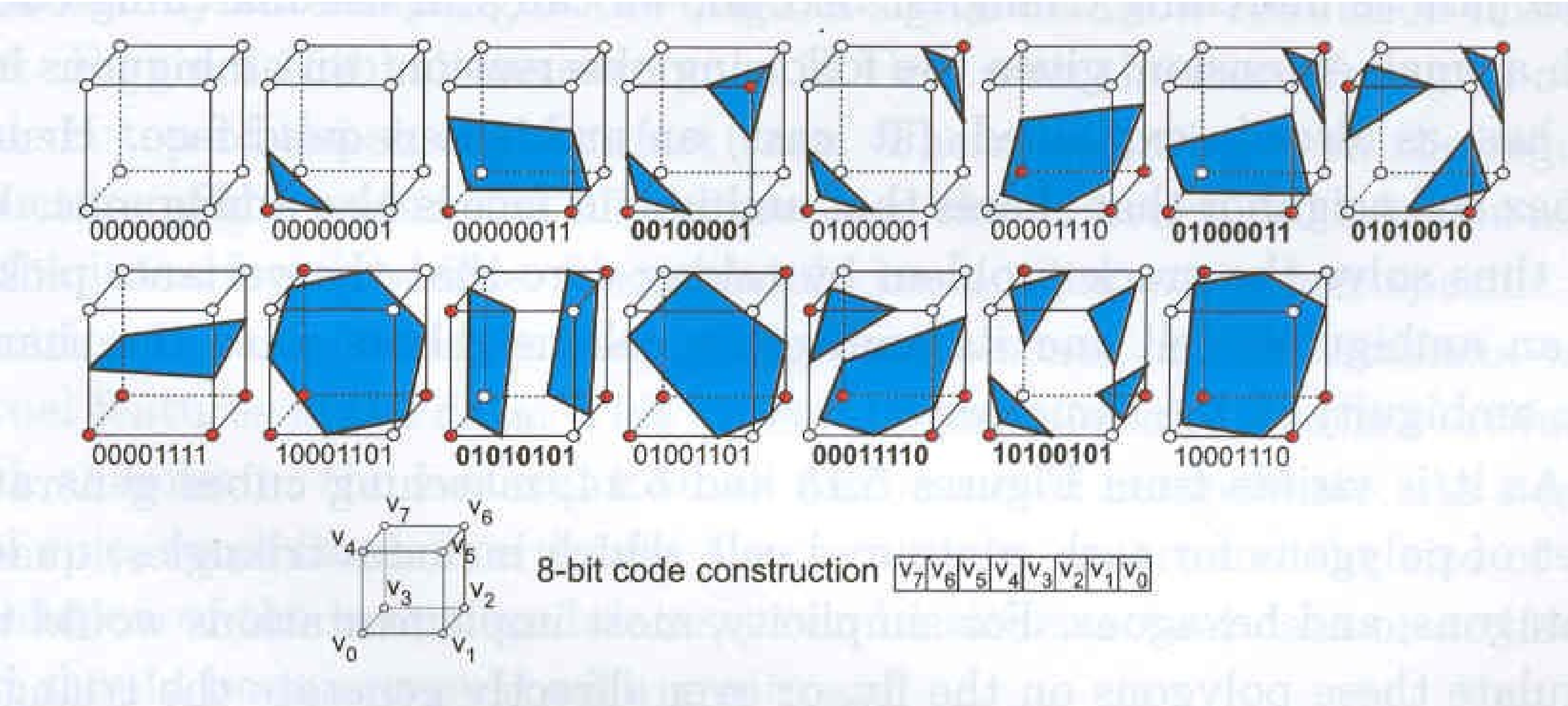
Algoritmo *Marching Square* 2D

Extração de superfícies → redução volume em superfície



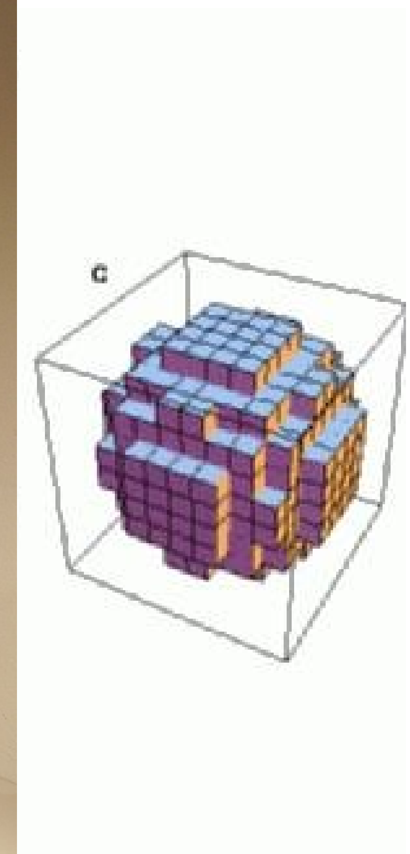
4 vértices → 2^4 possibilidades

Algoritmo *Marching Cube*
3D

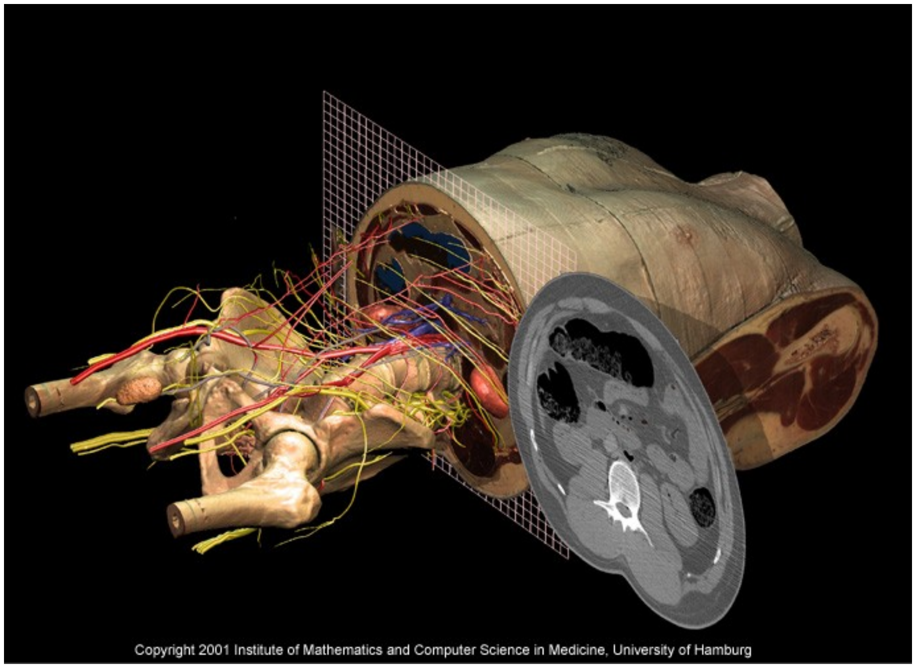


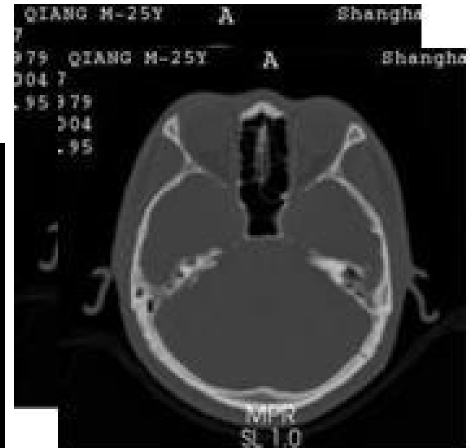
8 vértices → 2^8 possibilidades → 15 casos

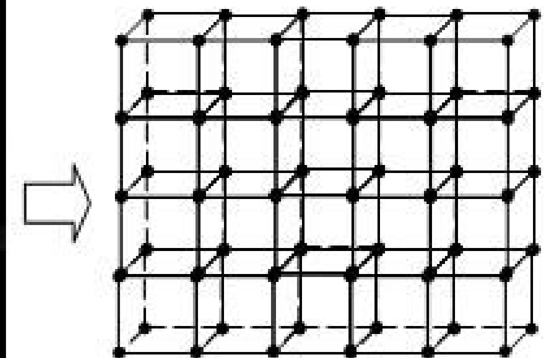
Voxelização

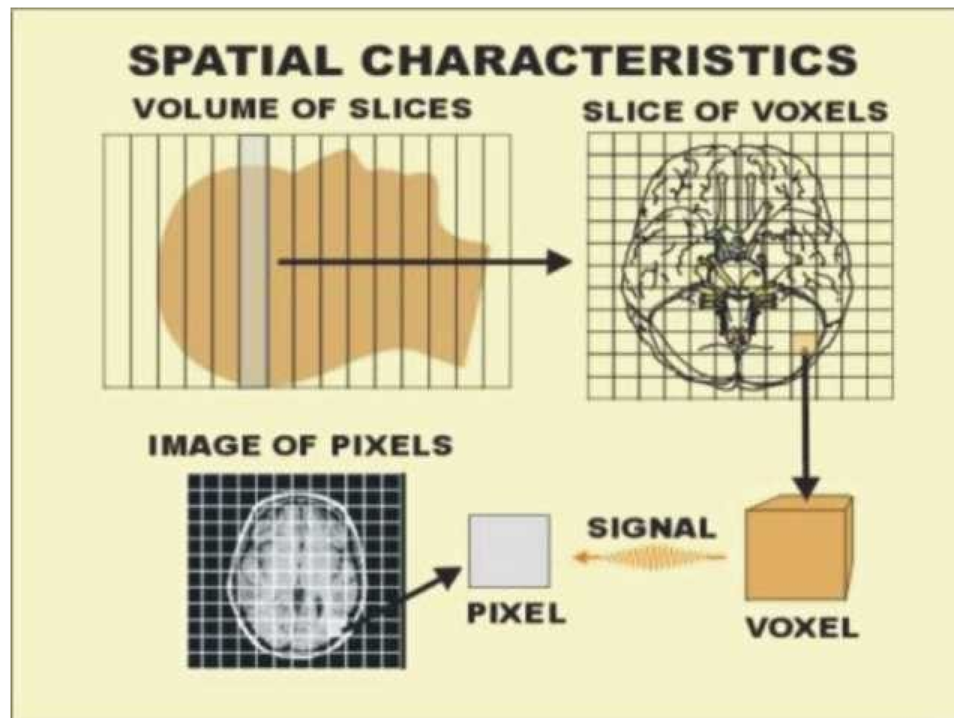


Imagens Médicas 3D



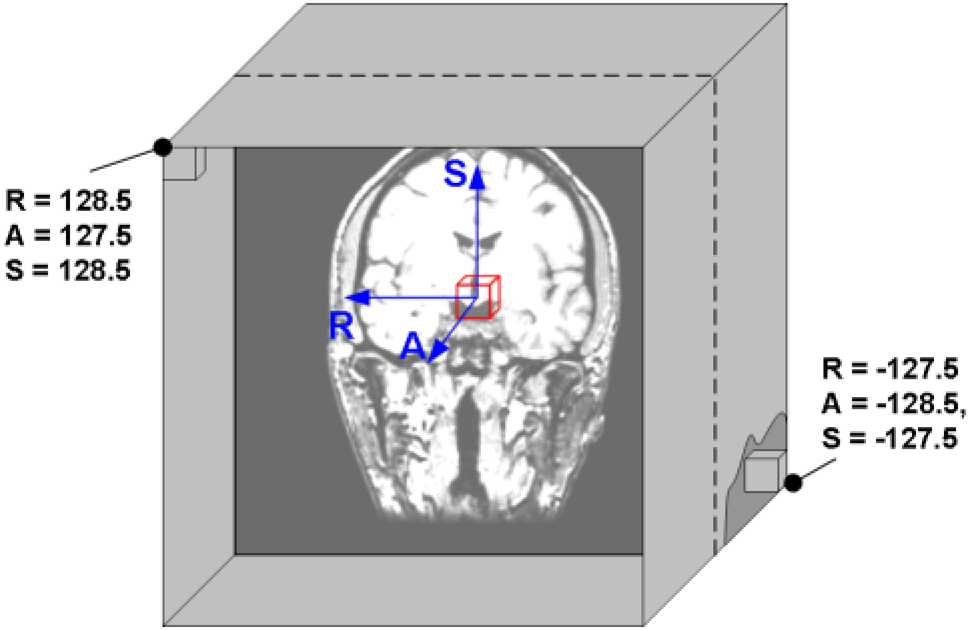






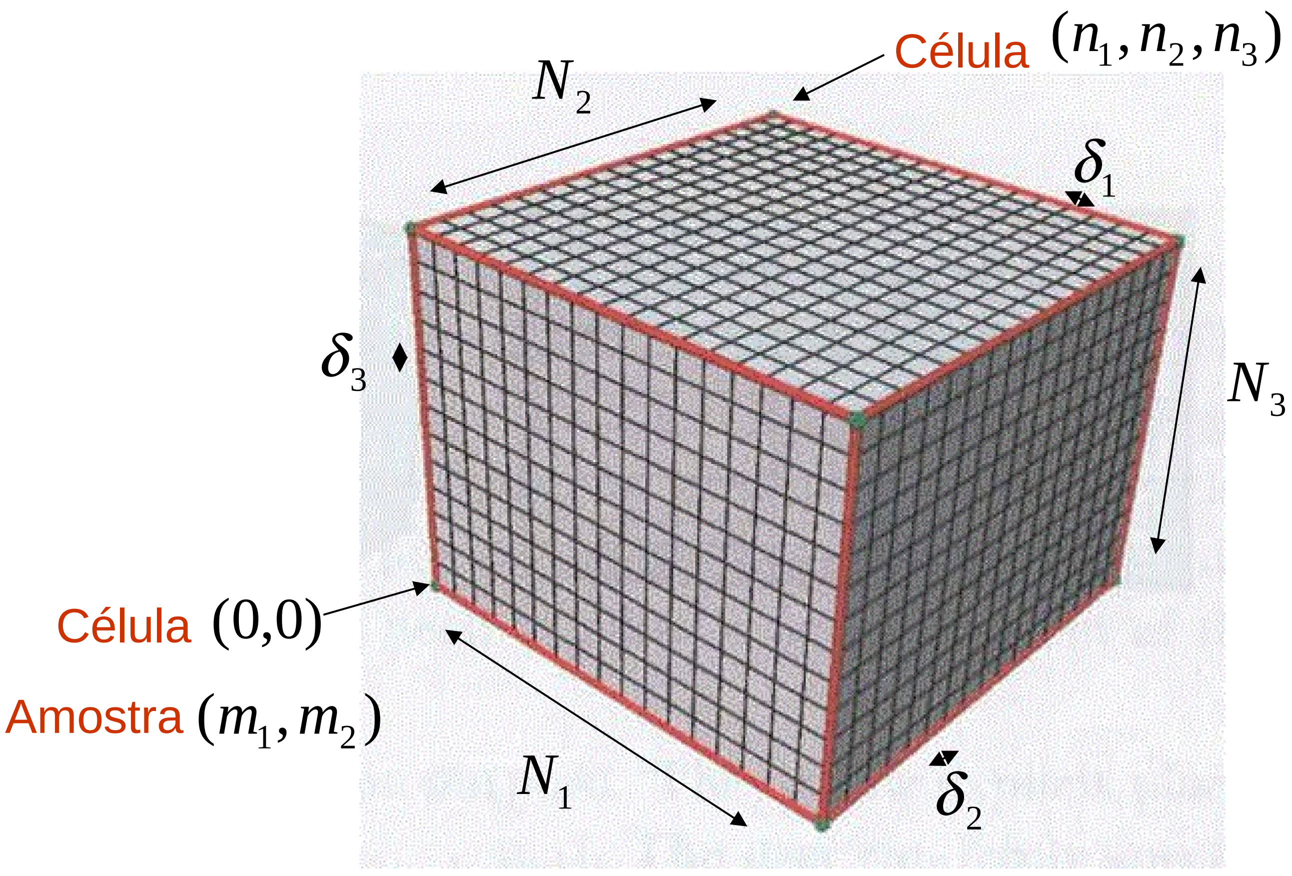
Imagens Médicas 3D

- Dados = Um "bloco" de *voxels*.
- Cada *voxel* ↔ "extensão" de uma fatia de amostras (imagem 2D).
- Cada amostra ↔ uma densidade/coeficiente de absorção s(t)
- Cada densidade ↔ um meio (ar, gordura, tecido mole, osso ou combinação destes).



Reticulados Uniformes

Amostras p_i são igualmente espaçadas e paralelas aos eixos de referência



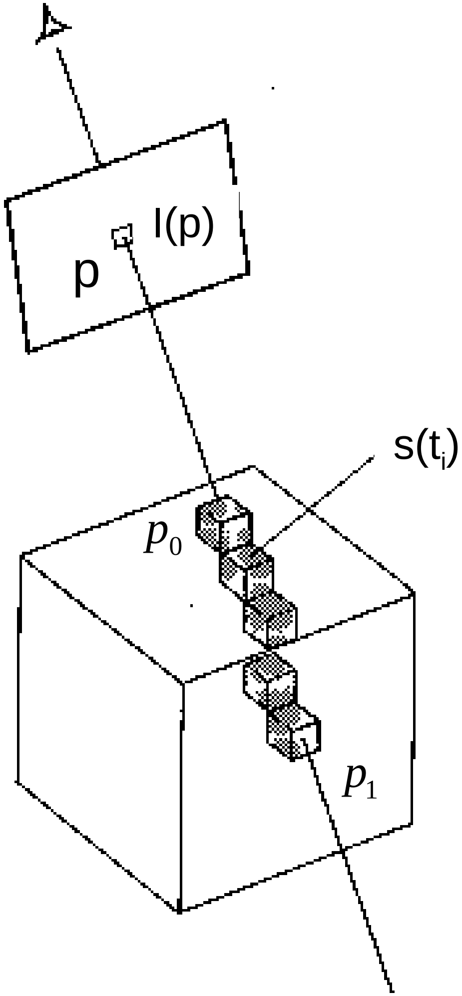
$$N_1 = \frac{M_1 - m_1}{\delta_1}$$

$$N_2 = \frac{M_2 - m_2}{\delta_2}$$

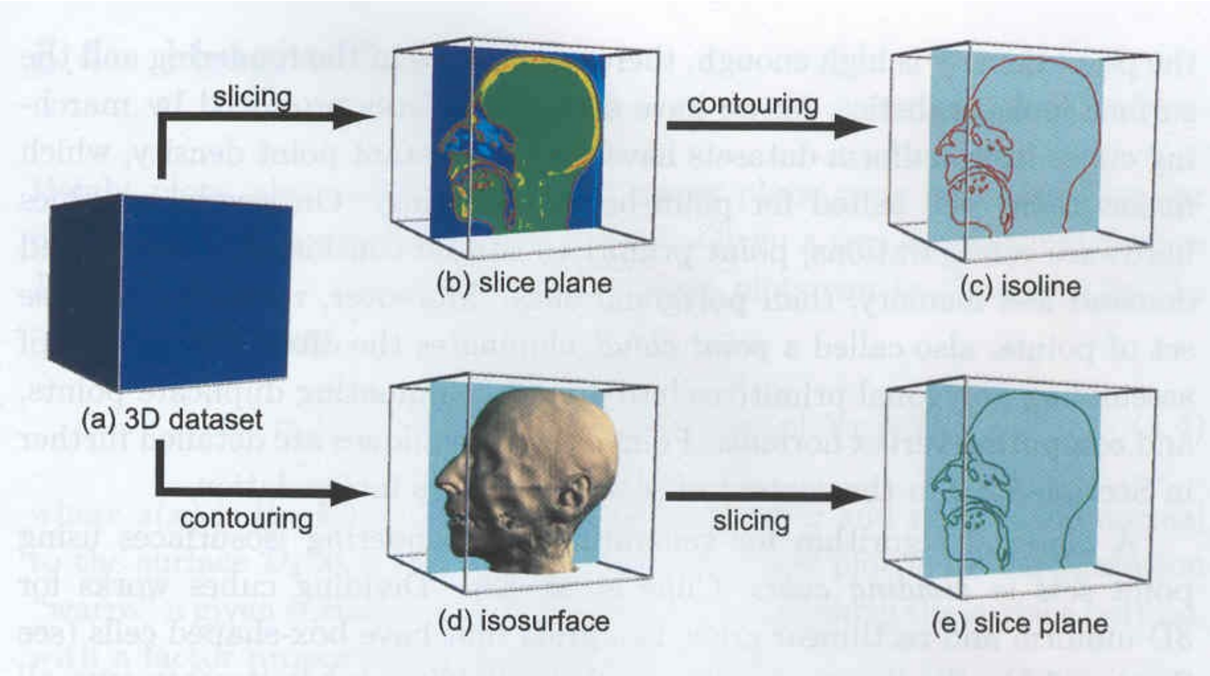
$$N_3 = \frac{M_3 - m_3}{\delta_3}$$

Arranjo $N_1 \times N_2 \times N_3$ *elementos*

Processamento

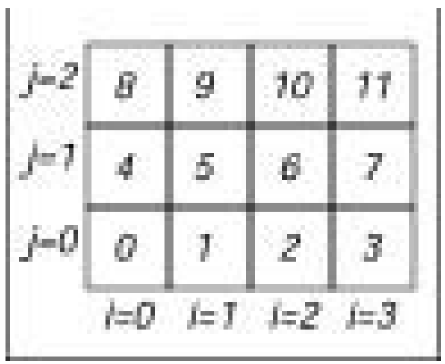


Ray-casting

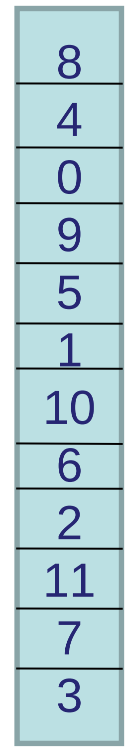


Arranjos Multidimensionais

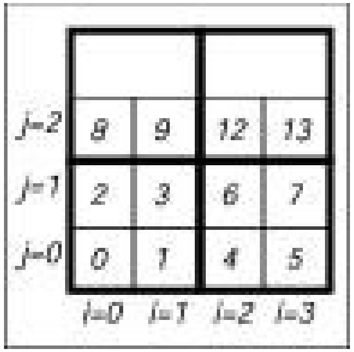
$N_x = 4$ $N_y = 3$

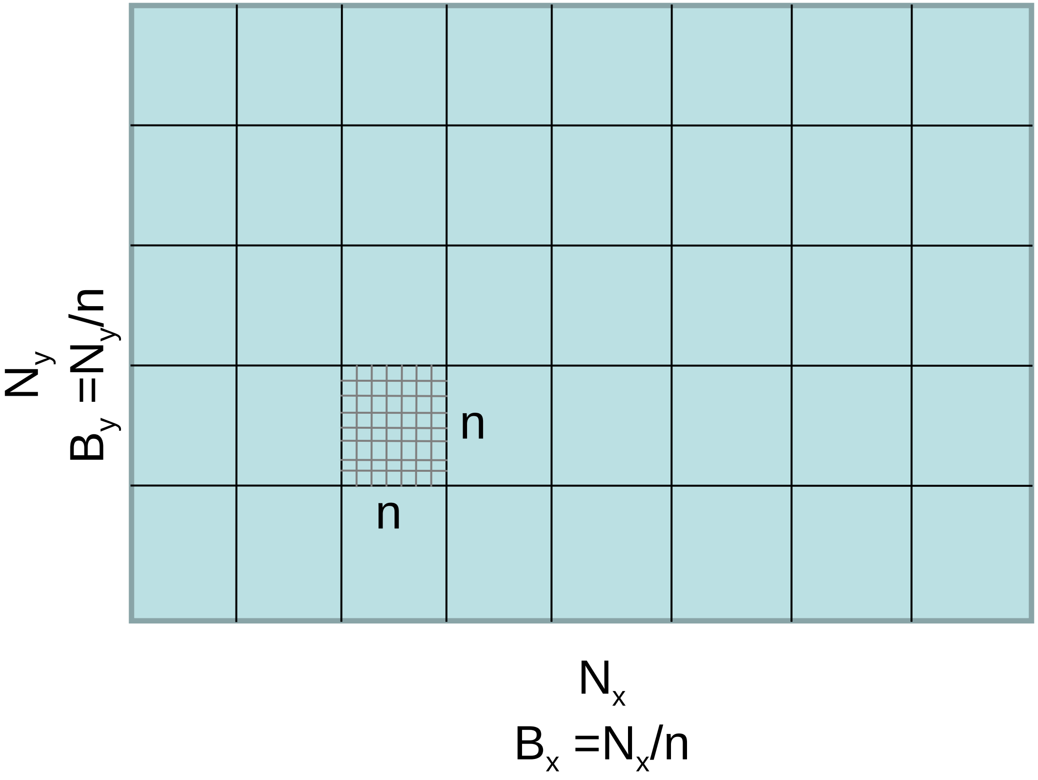


Índice = $y + N_y x$



Ladrilhamento (*Tiling*)





Octree