Disserteção de Mestrado

Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial

Mudanças topológicas em um modelo deformável no ajuste a uma imagem de profundidade

Autora: **Mercedes Rocío Gonzales Márquez**

Orientadora: **Profa. Dra. Wu, Shin-Ting**

Banca Examinadora:
Prof. Dr. Hansjorg Andreas Schneebeli
Prof. Dr. Roberto de Alencar Lotufo
Profa. Dra. Alice Maria B.H. Tokarnia

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos pré-requisitos parciais para obtenção do Título de **Mestre em Engenharia Elétrica**.

26 de setembro do 2000

Abstract

In this work we present the extended Radial Flow Model (RFM) algorithm, which allows the reconstruction of a closed triangular mesh topologically equivalent to a generalized n-torus from a range image. More precisely, the goal of our work is the improvement of the local deformation method adopted by the RFM algorithm, which starts the reconstruction process from a decahedron and deforms it gradually until adjusting it to the sample data. This process ensures a good geometric approximation, but not the topological consistency. Our proposal consists of estimating the topology of the sampled surface from the number of internal borders and performing the topological surgeries on the reconstructed model while it deforms.

Resumo

Nesta dissertação apresentamos o algoritmo Modelo de Fluxo Radial (RFM) estendido, que viabiliza a reconstrução de uma superfície poliédrica (malha triangular fechada) com número de gênero diferente de zero a partir de uma imagem de profundidade. Mais precisamente, o nosso trabalho visa aprimorar o método de deformação local adotado no RFM, que inicia o seu processo de reconstrução com um decaedro, deformando-o gradualmente até conseguir ajustá-lo aos dados, garantindo com isso, proximidade geométrica mas não consistência topológica com a superfície amostrada. Nossa proposta consiste em estimar a topologia da superfície amostrada a partir do número de bordas internas na imagem de profundidade e em realizar as cirurgias topológicas no modelo reconstruído à medida que ele vai se deformando para se ajustar a esta imagem.

Agradecimentos

- Àquele a quem pertence toda honra, toda ciência e toda sabedoria, pela vida e pela força e ajuda ao longo desta caminhada.
- À Profa. Ting, pela confiança, orientação, dedicação e permanente atenção ao meu trabalho.
- Aos meus amados pais Marco e Maria e a minha irmã Mila, que apesar de estarem materialmente distantes, me deram amor, incentivo e suporte durante estes dois anos. *Gracias petunitos lindos por su cariño y por orar siempre por mi. Los quiero.*
- À pessoa que Deus me deu, Cosme, por estar presente em todos os momentos, pelos conselhos, e por enfrentar comigo os desafios e curtir os momentos felizes.
- À minha amiga Rosana Marques da Silva, pela ajuda e informações sobre o o seu trabalho que agora dou continuidade.
- Aos amigos do LCA, em especial, Osmar, Tida, Adailton, Ellen, Jane, Diego, Alessandro, Ricardo, Pepe, Cláudio, Vanio, Daniel e Paulo, pela amizade e incentivo.
- Aos pastores Jesús Torres da minha igreja em Trujillo - Perú, e Geovane da igreja de Barão Geraldo - Campinas, pelo apoio espiritual.
- Ao CNPq como órgão que financia este trabalho de pesquisa.
- A este belo país e a sua gente, pela hospitalidade.

Dedicatória

Ao meu esposo *Cosme*,

aos meus pais *Marco e María*,

e a minha irmã *Mila*.

Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Capítulo 1

Introdução

O problema de reconstrução de um modelo 3D da superfície de um objeto tem sido alvo de grande interesse nas áreas de aplicação em ciência e engenharia nos últimos anos. Mais ainda, com a aparição de escaneadores 3D [1] (*range scanners*) o interesse tem sido direcionado para a reconstrução de superfícies a partir de imagens de profundidade (*range images*) adquiridas por estes sensores.

Uma imagem de profundidade [25, 12, 1] consiste de uma matriz $m \times n$ de distâncias dos pontos amostrados do objeto escaneado em relação ao sensor. Como ela provê informação de um único ponto de vista, múltiplas imagens são requeridas para reconstruir um modelo 3D completo (Figura 1.1). Podemos desta maneira formalizar o problema de reconstrução de superfícies a partir de imagens de profundidade em:

" Dado um conjunto de "n" imagens $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \ldots, \mathcal{R}_n$ de uma superfície S, encontre uma superfície $\mathcal{M}$ que se ajuste melhor aos pontos contidos nessas imagens ".

É um melhor ajuste ou uma melhor aproximação porque há apenas um número finito de amostras disponíveis que, em casos raros, possibilitam a recuperação exata da superfície S. O resultado obtido, $\mathcal{M}$, deve ser (1) uma boa aproximação geométrica a S e (2) da mesma classe topológica de S. Comumente a superfície $\mathcal{M}$ é uma superfície poliédrica, ou seja, uma superfície definida por um conjunto de faces planares (geralmente triângulos) e delimitadas por vértices e arestas.

Na criação de um modelo 3D completo a partir de $\mathcal{R}_i$ imagens considera-se dois

[1] Dispositivo que permite a aquisição de posições 3D da superfície de um objeto.

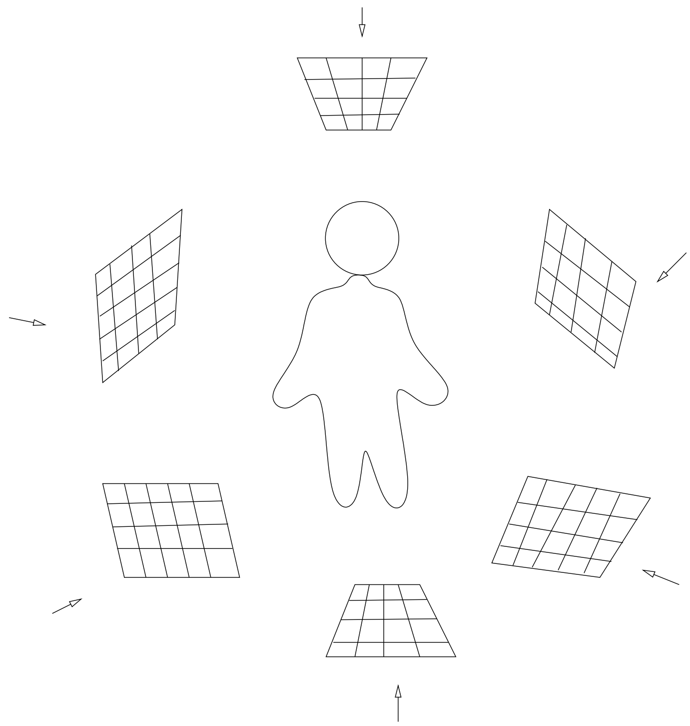


Figura 1.1: Imagens de profundidade adquiridas desde múltiplos pontos de vistas

importantes processos: registro e integração das imagens $\mathcal{R}i$. *Registro* refere-se ao alinhamento das imagens em um único sistema de referência e *integração* é o processo de associar uma única representação espacial a várias amostras de um mesmo ponto, decorrentes da aquisição a partir de diferentes pontos de vista.

Nesse contexto global, Da Silva [5] classifica as técnicas de reconstrução conhecidas, em 3 abordagens:

i. abordagem segmentada, ou da "costura" [32, 28];

ii. abordagem volumétrica [4, 22]; e

iii. abordagem deformável [3, 34].

Na abordagem da "costura" uma malha triangular é criada para cada imagem de profundidade, sendo necessário um processo de "costura" para construir uma única representação (modelo 3D completo). Uma forma comumente empregada para construir uma malha triangular é criar dois triângulos a partir de 4 pontos adjacentes da imagem de profundidade. Os dados são usados completamente ou seletivamente, fornecendo malhas muito

densas no primeiro caso [32] e adaptativas no segundo [28]. Conexões entre vértices separados por descontinuidades de profundidade são tratados a parte.
Quanto à integração de malhas, existem duas estratégias para solucionar regiões de ambigüidade (ocorrência de sobreposição). Uma considera as informações de cada uma das malhas na região sobreposta para determinar uma posição relativa para cada vértice nessa região, e a outra desconsidera essas informações obtidas separadamente e gera uma nova malha na região. Um fluxograma desta abordagem para integração de n imagens de profundidade é apresentado na Figura 1.2.

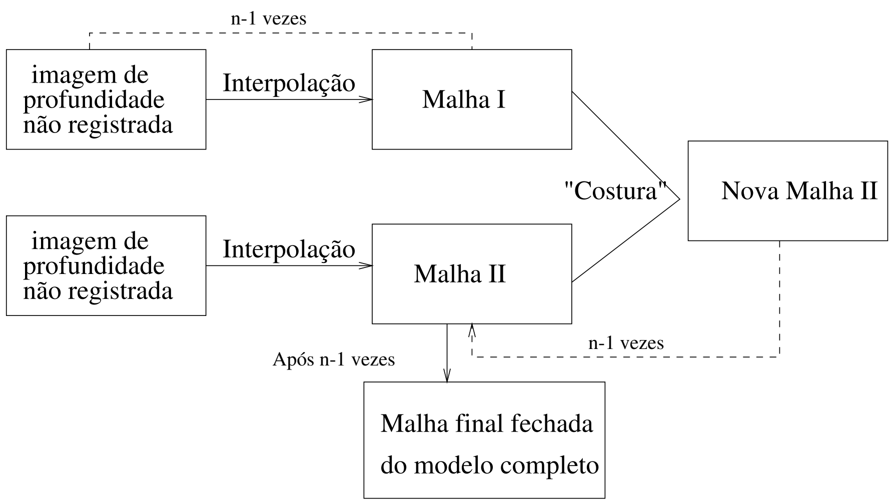


Figura 1.2: Abordagem da “costura” para n imagens

Na abordagem volumétrica os algoritmos estão baseados no esquema de representação chamado de “enumeração espacial”. O espaço, que contém as imagens de profundidades devidamente registradas, é dividido em cubos (voxels). Os vértices dos cubos podem ser classificados de acordo com a função distância com sinal obtida a partir dos pontos amostrados de S. A superfície S intercepta as arestas de um cubo se um dos seus vértices tem distância positiva e outro negativa [17]. Através de uma interpolação pode-se determinar os pontos de interseção e gerar a malha triangular $\mathcal{M}$. A Figura 1.3 esquematiza esta abordagem.

Na abordagem deformável, o processo de deformação segue um comportamento físico de uma membrana elástica sujeita a forças externas e internas, sendo dinamicamente deformada até alcançar um estado de equilíbrio. Nesta linha existem duas direções:

Figura 1.3: Abordagem volumétrica para n imagens

(a) Deformação contínua: O problema se reduz à minimização de uma funcional, cuja função-objetivo representa o ajuste de uma superfície elástica com os pontos da imagem. Neste caso, considera-se um modelo inicial predeterminado, com a topologia do objeto amostrado.

(b) Deformação discreta: Em vez da minimização de um funcional, uma correspondência entre os vértices da malha e os pontos da imagem de profundidade deve ser estabelecida durante o processo de crescimento. No trabalho [3] (técnica de balão inflável) inicia-se o processo com imagens de profundidade devidamente registradas (Figura 1.4(a)),

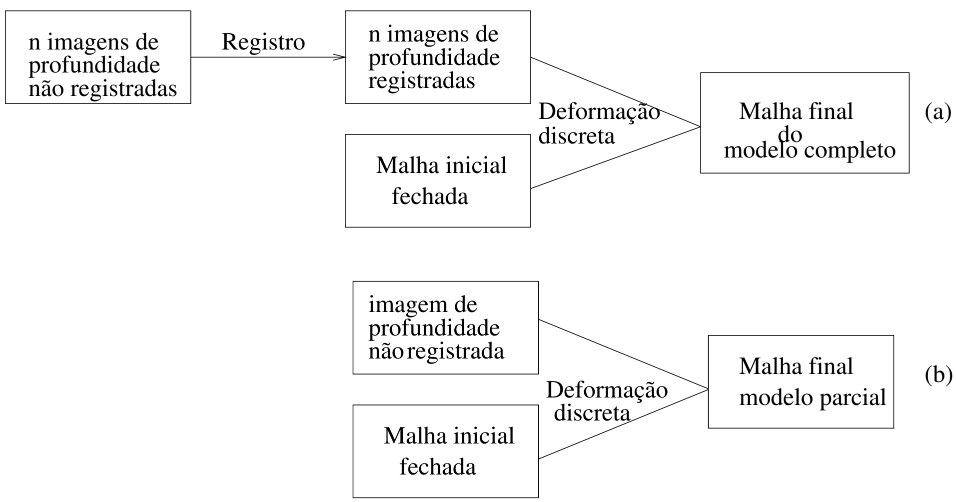


Figura 1.4: Deformação discreta

enquanto Da Silva [5] (método de fluxo radial, RFM) inicia com uma única imagem não registrada (Figura 1.4(b)). No primeiro caso, obtém-se uma reconstrução completa e no segundo, é obtido um modelo parcial, porém fechado. Em ambos casos considera-se uma malha inicial homeomorfa à esfera, limitando-se à reconstrução de modelos com a mesma topologia.

1.1 Objetivo do trabalho

Neste trabalho pretende-se estender o domínio de superfícies considerado no trabalho de Da Silva [5], de forma a permitir, a partir de uma imagem de profundidade não registrada, a reconstrução de superfícies que não sejam homeomorfas ao modelo inicial [7].

Mantendo o mesmo princípio de reconstrução que se inicia com um modelo homeomorfo à esfera, pretende-se introduzir no processo de deformação as operações de "corte" e "costura", ou seja as cirurgias topológicas, para garantir que a topologia do modelo final seja compatível com a sugerida pela imagem de profundidade. Por exemplo, a imagem de profundidade com um buraco sugere a existência de uma "alça" no modelo final.

Mais precisamente, pretende-se propor

- um mecanismo para estimar a topologia da S a partir da imagem de profundidade,
- condições que devem ser observadas para realização de cirurgias topológicas, e
- um procedimento para adequar as faces "costuradas" ao processo de deformação implementado no RFM.

1.2 Organização do trabalho

No Capítulo 2 apresentamos algumas noções e conceitos necessários para facilitar o entendimento do trabalho, alguns trabalhos correlatos ao nosso, e os algoritmos empregados na implementação. Uma descrição sucinta do Método Fluxo Radial é também incluída.

No Capítulo 3 são discutidos os problemas do algoritmo RFM para processamento correto de imagens de profundidade com buracos e apresentadas as soluções para contorná-los. Depois, são estabelecidas as condições para cirurgias topológicas ao longo do processo de deformação e é proposto um algoritmo de cirurgia. O capítulo é finalizado com a apresentação do algoritmo RFM estendido.

O Capítulo 4 apresenta algumas considerações sobre nossa implementação e ilustra os resultados experimentais obtidos.

Finalmente, no Capítulo 5 encontram-se as conclusões alcançadas com este estudo, e as perspectivas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Considerações Preliminares

Neste capítulo são apresentados, brevemente, alguns conceitos básicos necessários para a compreensão deste trabalho e alguns trabalhos correlatos ao nosso. Apresenta-se também a descrição do Modelo de Fluxo Radial e os algoritmos que foram utilizados na implementação do nosso algoritmo.

2.1 Conceitos básicos

2.1.1 Ângulo sólido

Seja $A \subset I\!R^3$ um conjunto formado por uma região simples e fechada. A projeção radial do conjunto A sobre a esfera unitária com centro em O determina um *cone*, de vértice O e base A. Esse cone também pode ser visto como o sólido formado pelo conjunto de todas as semi-retas do espaço tridimensional com origem em O, passando por pontos do conjunto A. Denominamos este cone de ângulo sólido [10, 24] (Figura 2.1).

2.1.2 Linguagem Básica da Topologia

Alguns conceitos de Topologia de conjuntos relevantes para este trabalho são apresentados a seguir [26, 16].

Uma *bola aberta* de centro $\mathbf{x} \in I\!R^n$ e raio r é o conjunto $\mathcal{B}_r(\mathbf{x})$ dos pontos $y \in I\!R^n$ cuja distância ao ponto $\mathbf{x}$ é menor do que r. Enquanto que uma *bola fechada* é formada

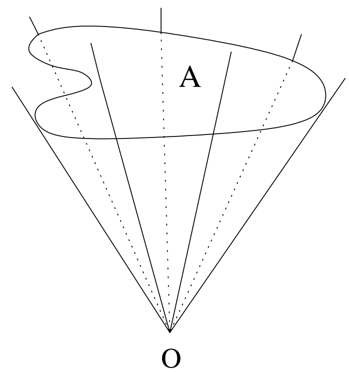


Figura 2.1: O cone de vértice O e base A

pelos pontos que estão a uma distância menor do que ou igual a r do ponto $\mathbf{x}$. Se $n = 2$ conhece-se uma bola com o nome de disco.

Seja o conjunto $X \subset I\!R^n$.

- X é *aberto* em R^n, se $\forall p \in X$ existir uma bola aberta $\mathcal{B}_r(p) \subset X$, $r > 0$.
- Uma *vizinhança* de um ponto $p \in X$ é um aberto que contém p.
- Um ponto $p \in X$ é um *ponto interior*, se existir uma vizinhança V de p tal que $V \subset X$.
- O *interior* de X é o conjunto formado por todos os seus pontos interiores.
- A *borda* de X, ∂X, é formada pelos pontos $b \in I\!R^n$ tais que toda bola aberta de centro b contém pelo menos um ponto de X e um ponto do complementar $I\!R^n - X$.
- Um ponto p é um *ponto limite* de X ou *aderente* a X, se toda vizinhança de p tem pontos em comum com X.
- X é *fechado*, se contém todos os seus pontos limites.
- X é *limitado*, se existe $\mathcal{B}_R$, $R > 0$, que contém X.
- X é *compacto*, se for limitado e fechado.

Dois conjuntos $M, N \subset I\!R^n$ são *homeomorfos*, se existir uma aplicação bijetiva contínua $f : M \to N$, cuja inversa $f^{-1} : N \to M$ também é contínua. A aplicação f é chamada de *homeomorfismo*.

2.1.3 Topologia de Superfícies

Segundo Lima [15], topologia, em matemática é uma disciplina bastante extensa e geral e se ocupa da noção da função contínua. Aqui nos limitaremos a dar uma noção bem intituitiva da topologia de uma superfície S, que é o estudo das propriedades geométricas de S que não são afetadas por nenhuma deformação contínua[1], tais como:

- Número de buracos da superfície (número de gênero da superfície)
- Número de componentes conexas da superfície ("pedaços da superfície").

Uma superfície é um subconjunto S do espaço euclideano $I\!R^3$ que é *localmente homeomorfo* ao plano euclideano $I\!R^2$. Mais precisamente, para cada ponto $p \in S$ existe uma vizinhança esférica $B_3(p) \subset I\!R^3$ com centro em p, tal que o conjunto $B_3(p) \cap S$ é homeomorfo ao disco aberto unitário do plano euclideano

$$B_2(0) = \{(x, y) \in I\!R^2 / x^2 + y^2 < 1\}$$

E se considerarmos superfícies com borda, devemos modificar a definição dada, considerando além do disco aberto do plano $B_2(0)$, o disco aberto unitário do semi-plano $\{(x, y) \in I\!R^2 / y \geq 0\}$.

$$\tilde{B}_2(0) = \{(x, y) \in I\!R^2 / x^2 + y^2 < 1,\ y \geq 0\}$$

Nesse caso, nos pontos da borda a vizinhança $B_3(p) \cap S$ é homeomorfa a $\tilde{B}_2(0)$, e nos pontos do interior da superfície a vizinhança $B_3(p) \cap S$ é homeomorfa a $B_2(0)$ (Figura 2.2).

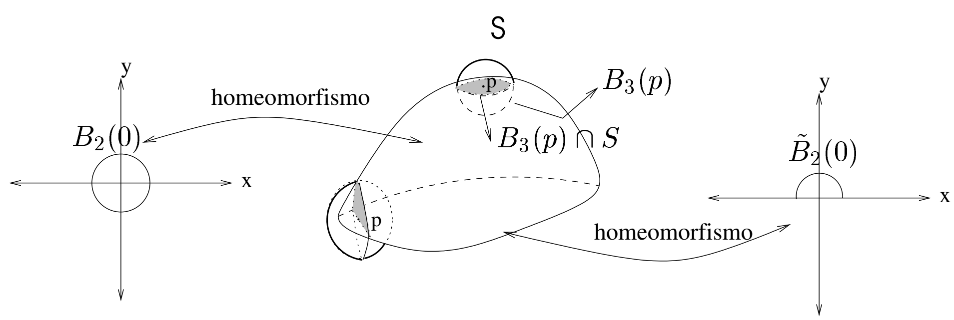


Figura 2.2: Vizinhanças de uma superfície com borda

[1] Entendemos aqui por deformações contínuas, aquelas que não incluem rasgos (cortes), nem emendas (uniões).

A superfície é chamada *regular*, se em cada ponto p, possui um plano tangente. Ela é dita *orientável*, se o plano tangente em cada ponto $p \in S$ tem só uma orientação. Mais ainda, uma superfície pode ser representada por um conjunto de equações paramétricas $S = \phi(u, v) \in I\!R^3$, onde u, v variam em um aberto $U \subset I\!R^2$ ou por uma representação implícita dada por uma função $f : I\!R^3 \rightarrow I\!R$, tal que $f(x, y, z) = 0$. E para cada $c \in I\!R$, a imagem inversa $f^{-1}(c)$ descreve uma superfície de nível ou *isosuperfície.*

Um invariante topológico bem conhecido de uma superfícies simplesmente conexa e compacta S, é a característica de Euler $\chi(S)$, que está diretamente relacionado com o número de gênero g da superfície [14, 18]

$$\chi(S) = 2 - 2g$$

Se S' é uma outra superfície simplesmente conexa e compacta e $\chi(S) = \chi(S')$, então S é homeomorfa a S'. E ainda mais, qualquer superfície simplesmente conexa e compacta é homeomorfa a uma esfera com g alças. (Figura 2.3).

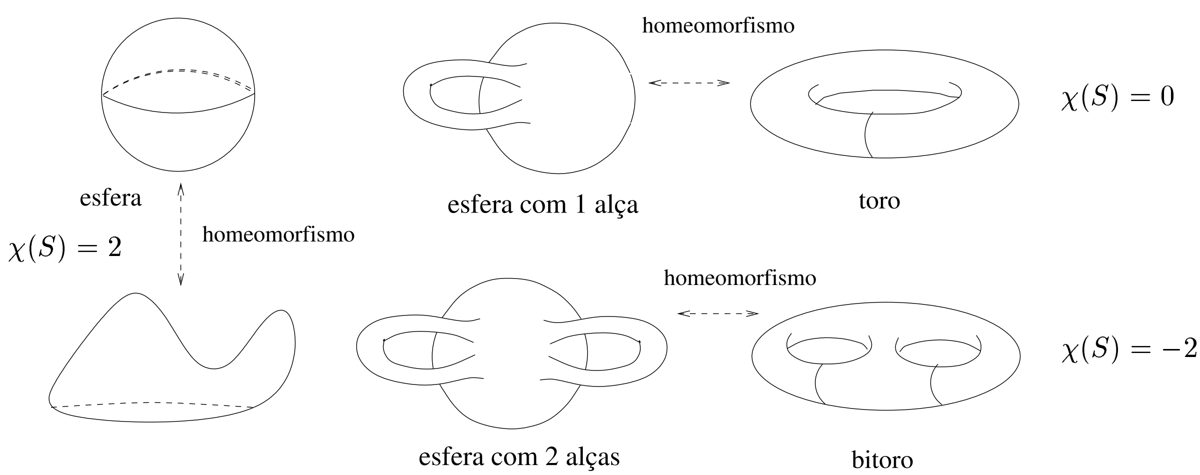


Figura 2.3: Superfícies homeomorfas a esferas com g alças

Quando se trata de um poliedro definido por um conjunto de faces simplesmente conexas, temos

$$\chi(S) = F - E + V, \tag{2.1}$$

onde F, E, V são, respectivamente, número de faces, número de arestas e número de vértices.

2.1.4 Conexidade

Em um espaço contínuo uma superfície é conexa se dados dois pontos quaisquer na superfície existe um caminho (na superfície) que os une [16]. Assim, uma superfície é simplesmente conexa, se é formada por um "único pedaço", e multiplamente conexa, se possui mais de um "pedaço". Os "pedaços" de uma superfície multiplamente conexa são chamados *componentes* topológicas, ou simplesmente *componentes*, da superfície.

Quando se trata de um espaço bidimensional discreto D, especificamente no contexto de imagens, distinguem-se dois tipos de caminhos: 4-conectado e 8-conectado. Num caminho 4-conectado o ponto adjacente de um pixel se encontra ou na direção vertical ou na direção horizontal, enquanto num caminho 8-conectado o ponto adjacente pode ainda estar situado na direção diagonal (Figura 2.4).

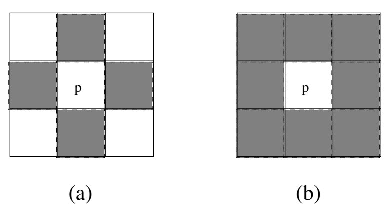


Figura 2.4: (a) Vizinhos de p 4-conectados (b) Vizinhos de p 8-conectados

É usual chamar D de n-conexo se existe um caminho n-conectado entre dois quaisquer dois pontos pertencentes a D.

Um conjunto conexo é um conjunto *maximamente conexo*, se não está contido em nenhum outro subconjunto conexo.

2.1.5 Função altura

Seja S uma superfície regular e $\vec{z} \in I\!R^3$ uma direção. A *função altura*, $h : S \to I\!R$, na direção de $\vec{z}$ é definida como

$$h(p) = < \vec{z}, p >$$

e intuitivamente é a projeção de S em uma reta nessa direção [31, 11] (Figura 2.5).

Um *ponto crítico de h* é um ponto onde o plano tangente à superfície é perpendicular a direção $\vec{z}$. Os pontos críticos podem ser mínimos, máximos ou selas de h. A Figura 2.5

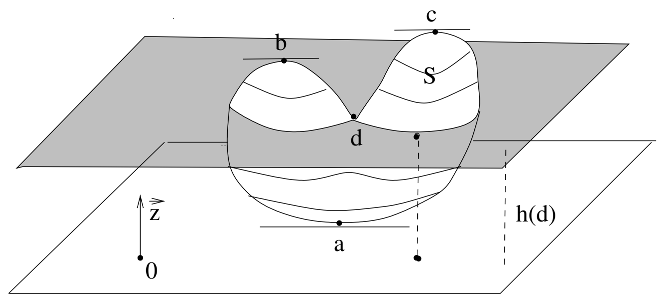


Figura 2.5: Função altura

ilustra os pontos críticos de uma superfície S. No caso b e c são os máximos, a é um mínimo e d um sela.

A teoria de Morse estabelece uma relação estreita entre a topologia de uma superfície e os pontos críticos da sua função altura [14, 21]. Vejamos o seguinte exemplo intuitivo na Figura 2.6. Seja M um toro orientado verticalmente e tangente ao plano v. Seja $h : M \to I\!R$ a sua função altura na direção $\vec{z}$ normal ao plano v. Quando a função h atinge um valor crítico, uma das seguintes condições acontece em M:

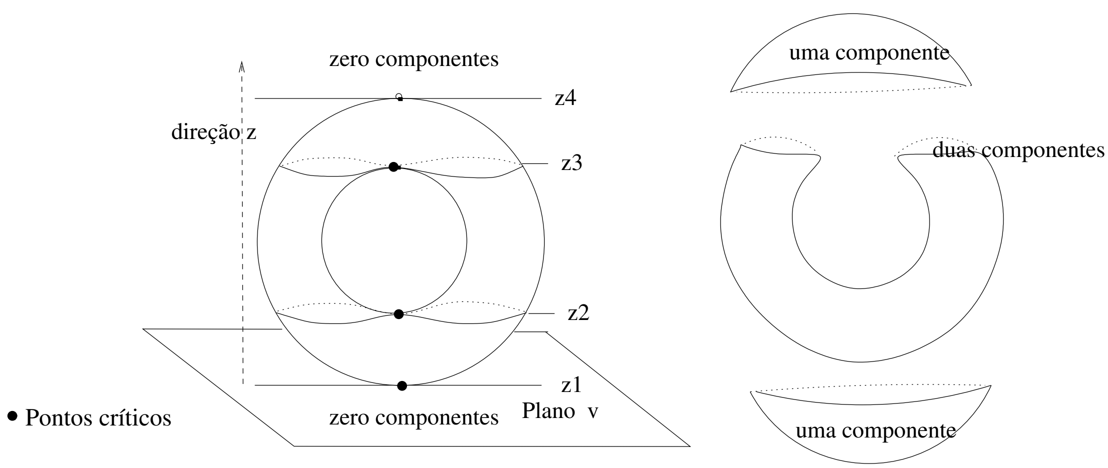


Figura 2.6: Pontos críticos de h relacionados com a topologia de M

1. Aparece uma componente (mínimo local, h=z1);
2. Uma componente divide-se em duas componentes (sela, h=z2);
3. Duas componentes unem-se em uma componente (sela de junção, h=z3) e
4. Uma componente desaparece (máximo local, h=z4);

2.1.6 Cirurgia topológica

Sejam M_1 e M_2 duas superfícies fechadas e disjuntas. A *soma conexa* $M_1\#M_2$ é realizada pela extração do interior de um disco ("corte") em cada uma delas, seguida da união ("costura") das superfícies através da identificação das bordas dos discos. Essa identificação é feita através de um homeomorfismo $h : \delta B_1 \to \delta B_2$.

$$M_1\#M_2 = (M_1 - int(B_1))\bigcup_h(M_2 - int(B_2)$$

Observe ainda que

- a topologia de $M_1\#M_2$ não depende da escolha dos discos B_i nem do homeomorfismo h.
- a soma conexa de duas superfícies orientáveis é também orientável

Uma *cirurgia topológica* consiste de duas somas conexas entre duas superfícies fechadas e disjuntas. Mais precisamente, é a realização de um "corte"e uma "costura", onde o "corte" corresponde à remoção de dois discos abertos em cada superfície, e a "costura", à união das superfícies pelas bordas dos discos (Fig. 2.7)

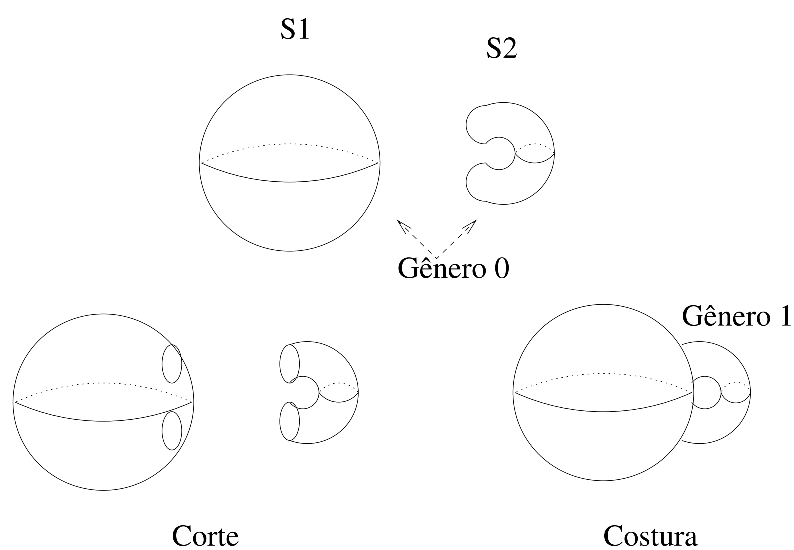


Figura 2.7: Cirurgia topológica

Outra definição equivalente é: Seja S uma superfície fechada, uma cirurgia topológica em S consiste da junção de uma alça em S [19].

2.2 Trabalhos correlatos

Esta seção menciona sucintamente algumas técnicas de reconstrução encontradas na literatura que mostram preocupação explícita com a consistência topológica da superfície reconstruída.

Começaremos com as técnicas pertencentes à categoria volumétrica. Nesta abordagem trata-se de obter uma malha triangular que melhor aproxime a S (representação por bordo) a partir da representação volumétrica de S. Uma representação volumétrica é construída por células cúbicas arranjadas numa grade regular fixa (arranjo 3D), onde cada célula é ocupada por pontos da amostragem. Considerando uma função suave $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definida de maneira que $f(X) = 0$ para todo X que pertence à superfície, $f(X) < 0$ para todo X dentro da superfície e $f(X) > 0$ para todo X fora dela, a conversão da representação volumétrica para uma malha triangular é feita através dos seguintes passos:

- a determinação dos pontos de interseção da isosuperfície $f(X) = 0$ com as arestas do cubo (vértices da malha), e
- a conexão entre esses pontos de interseção.

Métodos que determinam uma aproximação poligonal de $f(X) = 0$ são conhecidos como algoritmos geradores de isosuperfícies. A função f geralmente é uma função distância com sinal determinada com relação à posição do sensor dos pontos amostrados, e é calculada em cada vértice da célula cúbica (voxel). Os vértices do cubo são classificados como positivos ou negativos segundo os valores avaliados em f, e se arestas do cubo tiverem um vértice positivo e outro negativo, então a superfície deve passar através da célula. Este procedimento é feito em cada cubo.

O trabalho pioneiro de Lorense e Cline [17] mostrou que, embora haja 256 formas de uma isosuperfície intersecionar um cubo, pela simetria do cubo, este número pode ser reduzido nos 14 casos ilustrados na Figura 2.8. Entretanto, quando o cubo contém uma diagonal com vértices com o mesmo sinal, existe mais de uma maneira da isosuperfície intersecionar o cubo (Figura 2.9). Portanto, especiais cuidados devem ser tidos para evitar conexões incorretas que gerariam uma topologia errada e possivéis descontinuidades.

Com o intuito de eliminar estas ambigüidades Bloomenthal [2] propôs uma técnica

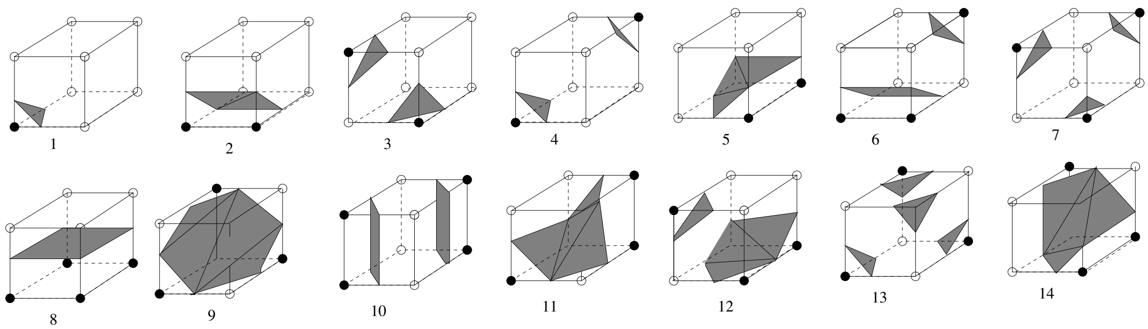


Figura 2.8: Tabela dos cubos com topologias distintas.

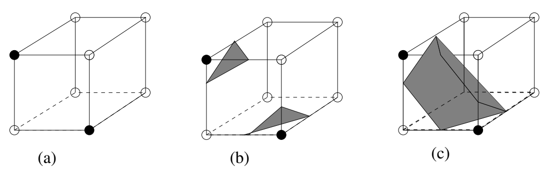


Figura 2.9: Superfícies com topologias distintas (b) e (c) geradas a partir da mesma situação (a).

de decomposição das células em sub-células não ambíguas. Essa decomposição pode ser feita refinando as células cúbicas através do seu particionamento em sub-células cúbicas não ambíguas ou decompondo os cubos em 5 ou 6 células tetraédricas não ambíguas (Figura 2.10). No primeiro caso, o refinamento das células introduz novos vértices e portanto a resolução da malha incrementa. Já no segundo caso nenhum novo vértice é introduzido, porém novas arestas diagonais são adicionadas elevando também a resolução da malha final.

Hoppe [13] define a função distância com sinal em cada vértice v a partir da estimativa do plano tangente $T_v(x_i)$. Este plano tangente é uma aproximação linear local à isosuperficie e é estimado a partir dos dados amostrados x_i. Desta maneira usa-se a orientação do plano tangente para procurar estabelecer a mais correta conexão entre os pontos de interseção.

Gelder e Wilhelms [8] mostram que para eliminar a ambigüidade topológica numa célula, precisa-se considerar informação dos vértices das células vizinhas. Para isso eles estimam o gradiente nos vértices das faces, usando o método de diferenças centrais, que contém informação sobre o valor da função f fora da célula. A partir destas informações define-se uma função quadrática, assumindo que uma função desse tipo permite uma representação local satisfatória para a isosuperfície e permite identificar a existência de pontos hiperbólicos (pontos de sela). Com essa função quadrática determina-se uma seção cônica

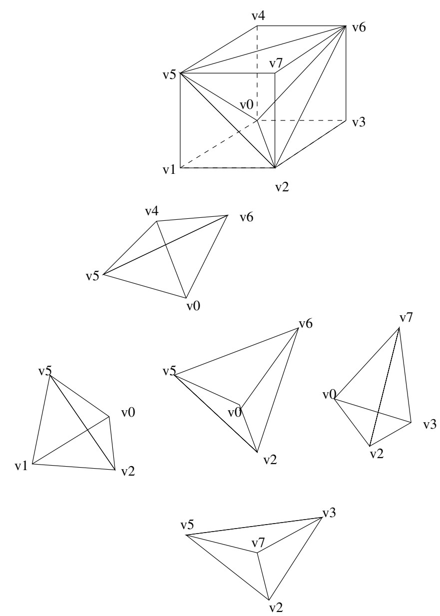


Figura 2.10: Particionamento de uma célula cúbica em 5 tetraedros

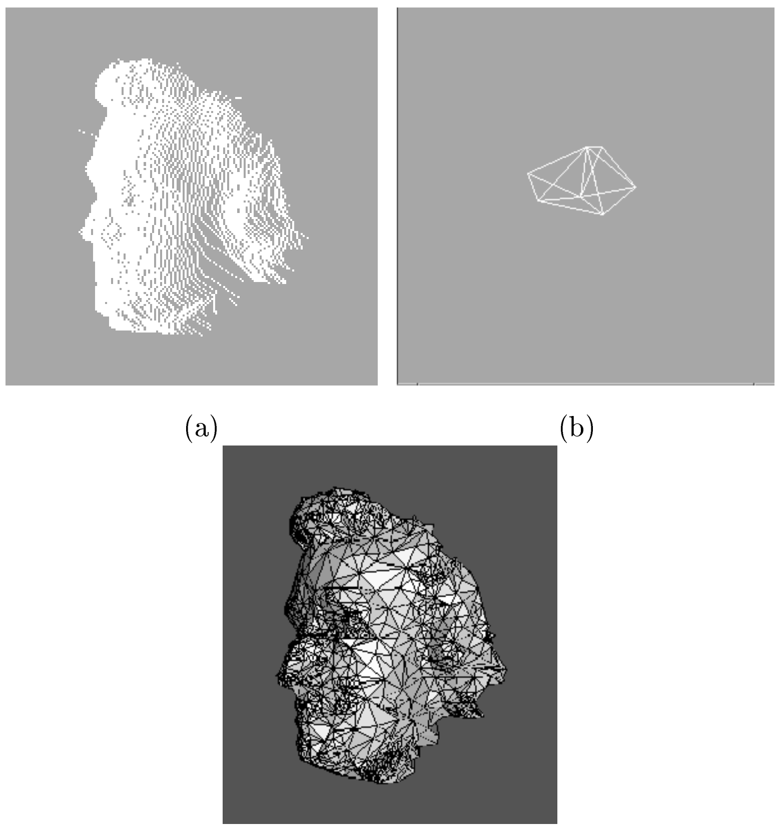
no plano de cada face das células e baseados na topologia inferida dessa seção, procura-se determinar a conexão correta entre os pontos de interseção daquela face.

Natarajan [22] considera que a determinação da topologia da isosuperfície numa célula cúbica não deve ser baseada apenas em informações sobre as faces dessa célula, mas também sobre o seu interior. Ele propôs uma função interpolante trilinear que interpola não apenas as faces das células cúbicas, mas também o interior delas. Assim, através da identificação eficiente dos pontos de sela no interior das células e nas faces, consegue-se determinar a topologia de cada célula.

Como observado nos trabalhos citados acima, garantir consistência topológica numa superfície reconstruída através de técnicas volumétricas, não é uma tarefa trivial.

Por outro lado, não temos encontrado trabalhos relacionados com a abordagem segmentada, que tratem explicitamente o problema de compatibilidade topológica. Os trabalhos nesta linha consideram que se a "costura" das malhas é feita de maneira correta, a compatibilidade topológica na malha final é garantida. Porém, vale a pena salientar que os trabalhos encontrados nesta direção apresentam ainda problemas na costura ou integração com "fendas" nas malhas.

Por outro lado, as técnicas que seguem a abordagem de deformação (tanto contínua como discreta) tradicionalmente têm garantido a consistência topológica do modelo final, através da estimativa de um modelo inicial homeomorfo à superfície a ser reconstruída. Contudo, Da Silva em [5], além de propor a técnica RFM de ajuste de um modelo inicial homeomorfo a esfera $\mathcal{M}_0$ (Figura 2.11(a)) a uma imagem de profundidade $\mathcal{R}$ (Figura 2.11(b)), sugere como trabalho futuro, que mudanças topológicas sejam feitas na malha homeomorfa à esfera, para aproximá-la a uma superfície com gênero maior que zero.



(a) (b)

(c)

Figura 2.11: (a) Visualização 3D de $\mathcal{R}$ (b) Malha inicial (decaedro) (c) Modelo reconstruído

A deformação usada pelo RFM está baseada no crescimento radial dos vértices da malha em direção de pontos correspondentes na imagem $\mathcal{R}$, moldando gradualmente a superfície S (Figura 2.11(c)) através da subdivisão dos triângulos da malha e novas correspondências radiais a pontos da imagem $\mathcal{R}$. O domínio de aplicação do RFM contempla somente superfícies homeomorfas à esfera com a borda da sua imagem de profundidade restrita a ter uma configuração estrelada (Figura 2.12).

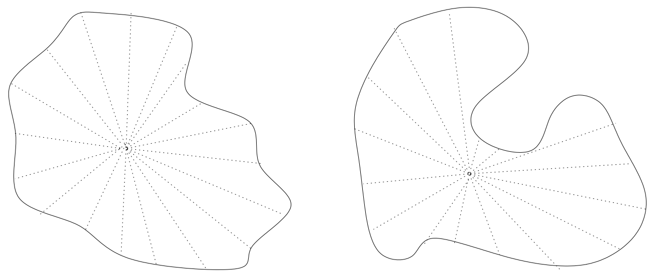
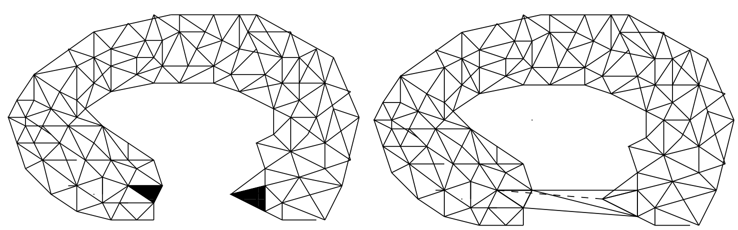


Figura 2.12: (a) Configuração estrelada (b) Configuração não estrelada

Para possibilitar a reconstrução de superfícies com gênero maior que zero, Da Silva sugere cirurgias topológicas na malha (Subseção 2.1.6). O *corte* pode ser feito através da remoção de dois triângulos (Figura 2.13(a)), e a *costura* pode ser realizada através de uma retriangulação entre os vértices das bordas dos triângulos removidos (Figura 2.13(b)).



(a) Corte (b) Costura

Figura 2.13: Cirurgia topologica numa malha triangular

Contudo, precisa-se estimar a presença de uma alça na superfície a ser reconstruída e determinar as condições necessárias para realizar tal cirurgia.

A seguinte proposição com base na Teoria de Morse (Subseção 2.1.5) afirma que a topologia de S pode ser estimada a partir da topologia de $\mathcal{R}$ [5].

Proposição 2.1 *Sejam $\mathcal{M}$ e $\mathcal{R}$, respectivamente, uma superfície regular e sua imagem de profundidade obtida na direção $\vec{z}$. Sejam p_M um ponto de $\mathcal{M}$ e p_R o seu correspondente em $\mathcal{R}$. Sejam f_h e g_h funções altura de $\mathcal{M}$ e $\mathcal{R}$, respectivamente, na direção perpendicular a $\vec{z}$. Considere ainda que $\mathcal{R}$ não apresenta problemas de oclusões [2] numa vizinhança de p_R.*

[2]Problema de oclusões refere a situações nas quais existem dois ou mais pontos na superfície na mesma

O ponto p_R é um ponto crítico de g_h se, e somente se, p_M é um ponto crítico de f_h.

E os seguintes corolários fornecem condições que necessárias para a realização das cirurgias [5].

Corolário 2.1 *O número de alças unidimensionais em $\mathcal{R}$ não pode ser superior ao número de alças bidimensionais em $\mathcal{M}$.*

Corolário 2.2 *Seja $\mathcal{R}$ uma imagem de profundidade com valores de profundidade contínuos. Seja $\mathcal{M}$ uma malha formada por um componente conexo e $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2 \in \mathcal{M}$ dois conjuntos disjuntos de faces com erro de reconstrução. Se na iteração J as regiões $\mathcal{U}_1$ e $\mathcal{U}_2$ em $\mathcal{R}$ determinadas pelos pontos correspondentes, respectivamente, aos vértices de $\mathcal{A}_1$ e $\mathcal{A}_2$, são adjacentes, então g_h possui um ponto crítico (ponto de sela) de junção na vizinhança dessas regiões.*

Além disso é provado em [5] que

Proposição 2.2 *A união de dois conjuntos disjuntos de faces com erro de reconstrução incrementa o número de alças bidimensionais em uma unidade.*

e finalmente mostra-se que

Proposição 2.3 *A cirurgia topológica preserva a orientação de $\mathcal{M}$.*

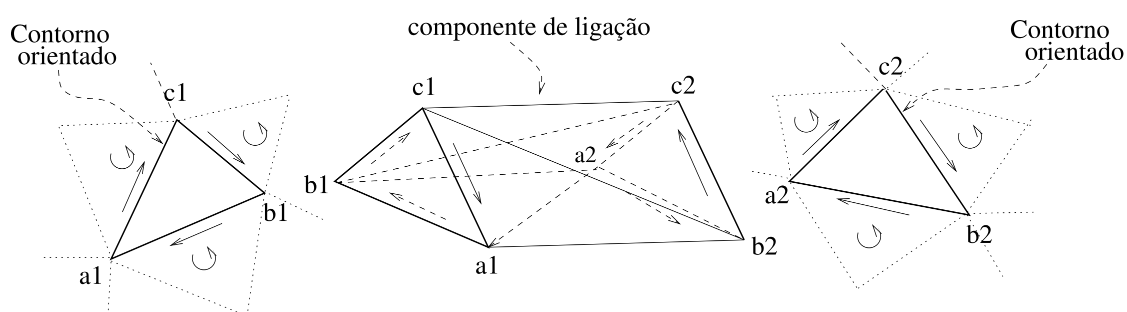


Figura 2.14: Contornos orientados.

direção de vista e com o mesmo vetor normal. A imagem nesses casos apresenta descontinuidade nos valores de profundidade.

2.3 Modelo de Fluxo Radial (RFM)

O Modelo de Fluxo Radial foi proposto por Da Silva [5] para reconstruir uma malha fechada a partir de uma imagem de profundidade. É uma técnica de reconstrução iterativa pertencente à categoria de métodos deformáveis discretos (Figura 1.4(b)), e o domínio de aplicação são superfícies simplesmente conexas, orientáveis, compactas, homeomorfas à esfera e cuja borda da sua imagem de profundidade apresente uma configuração estrelada (Figura 2.12). O procedimento inicializa com um decaedro $\mathcal{M}_0$ situado na origem de um sistema de referência e estabelece uma "correspondência radial" entre os seus vértices e alguns pontos na imagem de profundidade $\mathcal{R}$. O crescimento é realizado através do deslocamento dos vértices em direção dos seus correspondentes, enquanto a malha é subdividida para se adaptar à geometria da superfície amostrada, gerando uma nova malha $\mathcal{M}_0^k$. As subdivisões criam novos vértices em $\mathcal{M}_0^k$ e novas associações com $\mathcal{R}$. O processo crescimento-subdivisão é repetido até que todos os vértices "ancorem" e não sejam possíveis mais subdivisões. Se não existirem faces na malha $\mathcal{M}_0^k$ com erro de reconstrução maior que uma tolerância dada, o processo terminará sendo $\mathcal{M}_0^k = \mathcal{M}$ o modelo 3D reconstruído. De outra forma, as faces com erro serão agrupadas em conjuntos maximamente conexos. Cada conjunto com um novo sistema de referência radial será considerado uma nova frente de crescimento, sobre a qual é aplicada novamente a seqüência crescimento-subdivisão para fornecer uma nova malha $\mathcal{M}_1^0$. E assim sucessivamente, até que o erro de reconstrução seja dentro da tolerância pré-estabelecida.

A Figura 2.15 apresenta o fluxograma do algoritmo deste modelo que consiste de nove estágios:

1. Pré-processamento
2. Inicialização
3. Determinação do erro
4. Subdivisão de arestas
5. Subdivisão de faces
6. Crescimento
7. Ancoramento

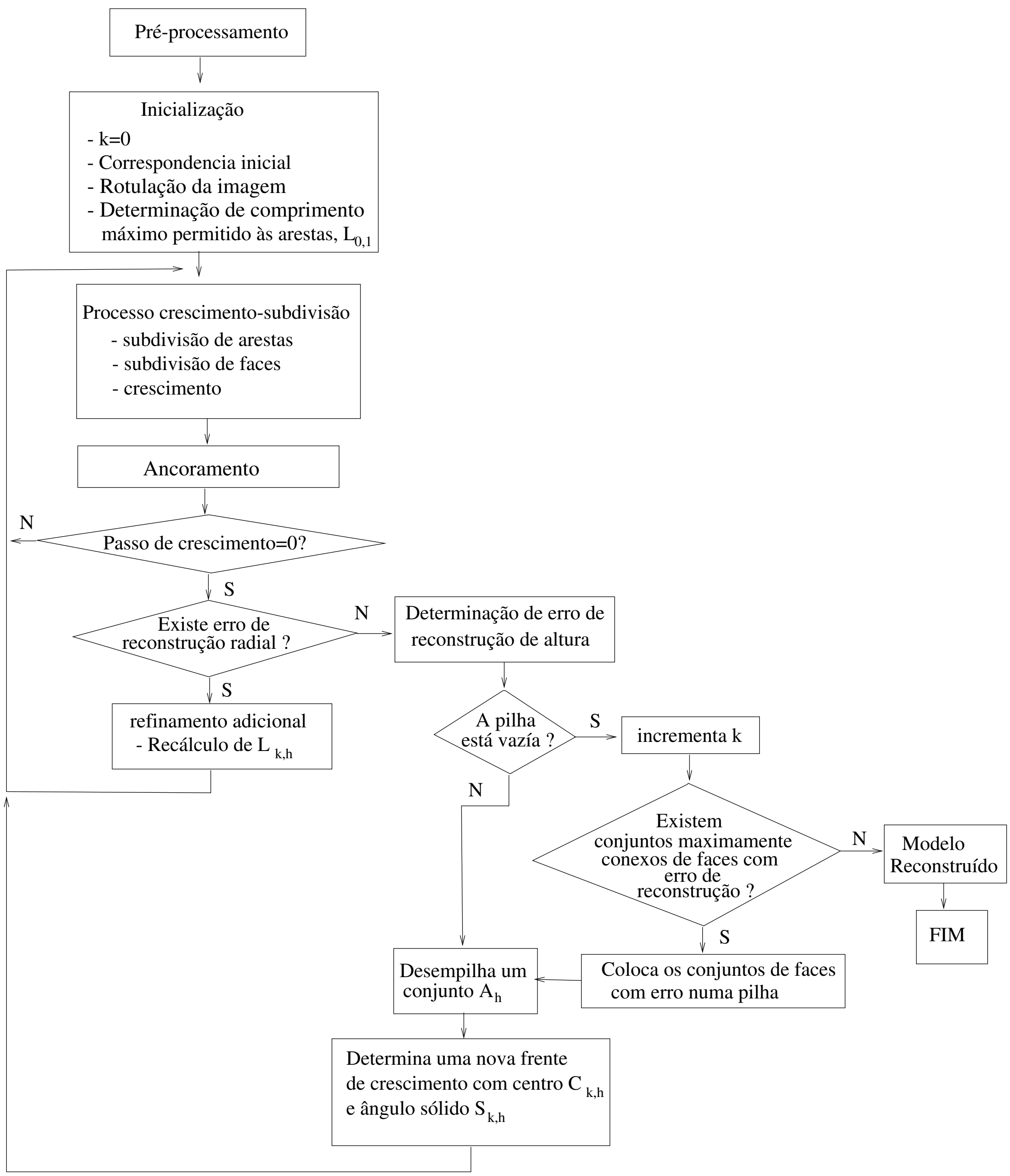


Figura 2.15: Fluxograma do Método de Fluxo Radial

8. Refinamento adicional
9. Determinação de novas frentes de crescimento

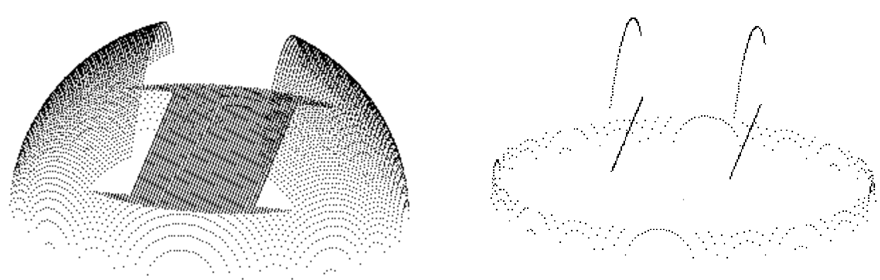
A seguir fornecemos maior detalhe de cada um deles.

2.3.1 Pré-processamento

Neste estágio são determinadas através de uma máscara Sobel [5] as seguintes bordas da imagem de profundidade $\mathcal{R}$:

- a borda da imagem binária (descontinuidades nos valores dos pixels da imagem binária, que considera valor 1 para os pixels com profundidade diferente de zero, e valor 0 para os pixels com profundidade zero), e
- a borda de profundidade (descontinuidades nos valores dos pixels da imagem $\mathcal{R}$), se houver.

Na Figura 2.16(b) apresenta-se as bordas obtidas a partir da imagem $\mathcal{R}$, visualizada em $3D$ na Figura 2.16(a).



(a) (b)

Figura 2.16: (a) Visualização 3D de $\mathcal{R}$ (b) Visualização 3D das bordas da imagem $\mathcal{R}$

2.3.2 Inicialização

Este estágio compreende duas etapas:

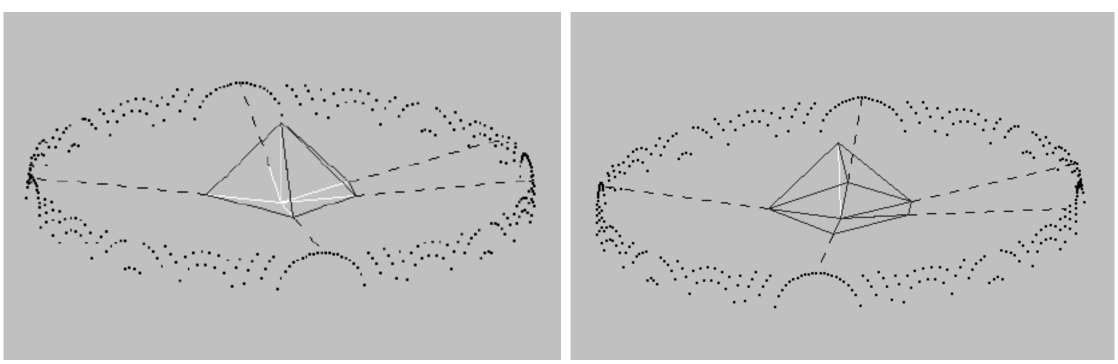
1. correspondência inicial entre o modelo inicial (decaedro) e a imagem, e
2. rotulação da imagem em regiões que correspondem às faces do modelo inicial

O modelo inicial (decaedro) é situado na origem do seguinte sistema de referência:

- *Eixo z:* $\vec{z} = (0, 0, 1)$ correspondente à direção de vista
- *Origem:* $C_{0,1} = (\frac{x_{max}+x_{min}}{2}, \frac{y_{max}+y_{min}}{2}, z_{min})$, onde x_{max}, y_{max} são as maiores coordenadas x e y, respectivamente, e $x_{min}, y_{min}, z_{min}$ são as menores coordenadas x, y e z, respectivamente, dos pontos da imagem.

A imagem de profundidade $\mathcal{R}$ é transformada para este sistema de referência, e são calculadas suas coordenadas esféricas (ρ, θ, ϕ), necessárias no tratamento do crescimento radial do modelo.

Um vértice do decaedro é associado à origem do sistema de referência inicial. Ele não tem correspondente na imagem e é chamado de *vértice-inativo* ao longo do processo. Os cinco vértices adjacentes são associados a pontos da borda da imagem e o último vértice é associado a um ponto interior da imagem (Figura 2.17 (a)). As faces adjacentes ao



(a) (b)

Figura 2.17: (a) Correspondência inicial (b) Faces base

vértice-inativo determinam a "base" da malha (Figura 2.17(b)). Estas faces tem a função de "fechar" a malha quando se trata de uma imagem de profundidade, e como não tem nenhuma região correspondente na imagem, serão chamadas de faces inativas ou *faces-base* do modelo. Observe ainda, que estas faces tem uma aresta cujos vértices são associados à borda da imagem. Esta aresta será chamada de *aresta-borda*. A face adjacente à face inativa e que compartilha com ela a *aresta-borda*, será chamada de *face-borda* do modelo.

A rotulação da imagem é um processo muito importante, já que através dele, determina-se o domínio de procura de pontos a serem associados a novos vértices da malha. Este processo, junto com uma correta associação, pode evitar auto-interseção no modelo reconstruído.

O algoritmo de rotulação diferencia os pontos interiores dos pontos da borda da imagem. A associação inicial induz a criação de 5 regiões na imagem. Estas regiões correspondem às faces ativas do modelo. A região R_m associada à face F_m consiste dos pontos da imagem que pertencem à região triangular determinada pelos pontos correspondentes aos vértices da face (Figura 2.18).

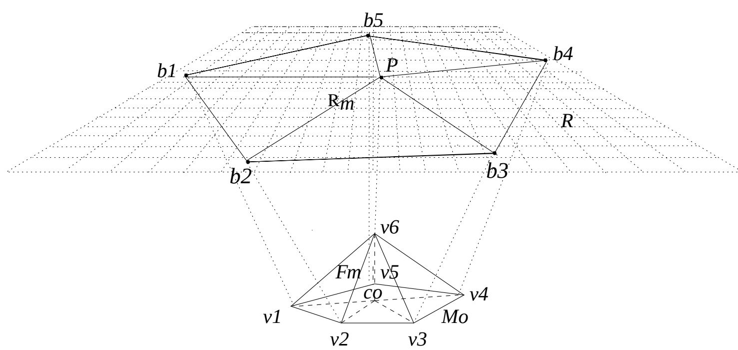


Figura 2.18: Regiões na imagem induzidas pelas faces do modelo

Muitas vezes, o processo de rotulação da região R_m não atinge todos os pontos da imagem correspondente ao ângulo sólido determinado pela face F_m, devido ao fato de que a rotulação é feita, por simplicidade, na imagem e não no espaço $3D$. Observamos esta situação na Figura 2.19, na qual, alguns pontos pertencentes ao ângulo sólido determinado pelas *face-borda*, não foram atingidos pela rotulação (regiões brancas). Assim, com o intuito de poder reconstruir os detalhes da borda da imagem, é feita adicionalmente uma rotulação dos pontos da borda da imagem.

Seja F uma *face-borda* e sejam θ_0 e θ_1 as coordenadas θ dos seus vértices de borda correspondentes. Os pontos da imagem cuja coordenada θ estiver contida no intervalo $[\theta_0, \theta_1]$ serão rotulados com o rótulo de F (Figura 2.20). Veremos que um tratamento especial nas *arestas-borda* permite que elas se "expandam" radialmente para a borda da imagem, proporcionando um melhor ajuste ao contorno da imagem.

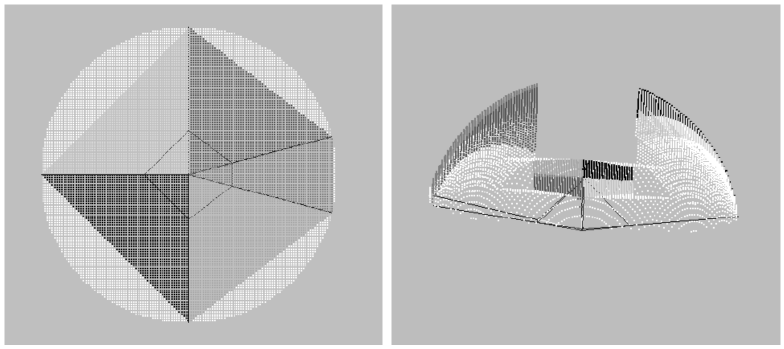


Figura 2.19: (a) Imagem rotulada (b) Vista 3D da imagem rotulada

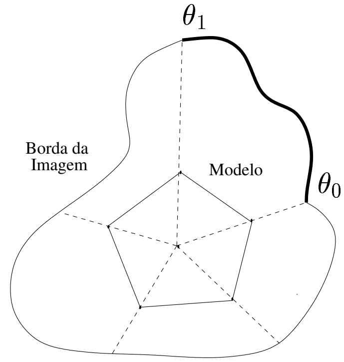


Figura 2.20: Rotulação dos pontos de borda

É determinado ainda nesta etapa, o comprimento máximo permitido para cada aresta desta frente de crescimento, $L_{0,1}$. Este valor será a menor distância radial do modelo à imagem.

As faces ativas do modelo inicial com o centro $C_{0,1}$ definem um ângulo sólido de crescimento $S_{0,1}$, denominado de frente de crescimento. Ao longo desta dissertação usaremos a notação k, h para designar a $h-$ésima frente de crescimento do $k-$ésimo estágio do processo de reconstrução. O estágio de crescimento k compreende as etapas que vão desde a determinação de novas frentes (conjuntos de faces maximamente conexas com erro de reconstrução) até esgotar a possibilidade de crescimento em cada uma delas.

2.3.3 Determinação de erro de reconstrução

A noção de proximidade do modelo à superfície a ser reconstruída é medida quantitativamente, através da tolerância τ ao erro de reconstrução, dada *apriori* pelo usuário.

Devido ao deslocamento radial dos vértices do modelo até seus correspondentes na imagem, é natural pensar em estimar erros de reconstrução radiais. O erro radial ϵ_{vi} de um vértice v_i do modelo é simplesmente calculado em coordenadas esféricas

$$\epsilon_{vi} = \rho_{pi} - \rho_{vi},$$

onde ρ_{vi} é a coordenada ρ do vértice v_i e ρ_{pi} é a coordenada ρ do seu ponto correspondente p_i. Também, o erro radial ϵ_{mi} de uma face F_m a um ponto p_i correspondente à região R_m na imagem é expresso por

$$\epsilon_{mi} = \|(C_{k,h}\vec{p}_i \bigcap F_m) - C_{k,h}\vec{p}_i\|,$$

onde $C_{k,h}\vec{p}_i \bigcap F_m$ é o vetor definido pelo ponto interseção do plano que contém a face F_m e o raio $C_{k,h}\vec{p}_i$.

Quando $\epsilon_{vi} < \tau$ dizemos que v_i é ancorado (no seu ponto correspondente).

Consideremos agora a amostragem de uma superfície com geometria não estrelada. Mais precisamente, uma situação tal que um raio saindo do centro radial $C_{k,h}$ atravesse mais de um ponto amostrado (Figura 2.21).

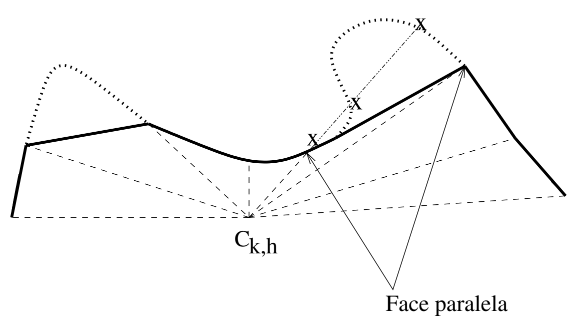


Figura 2.21: Geometria não estrelada

Sob esta circunstância, o RFM associa para cada vértice em tal direção, um ponto da imagem com coordenada ρ mais próxima (Subseção 2.3.4). Observamos que essas associações geram faces paralelas à direção radial e ainda mais, que a proximidade dos pontos associados a essas faces não pode mais ser avaliada a partir do erro de reconstrução radial.

Considerando esses casos, a avaliação de proximidade de uma face paralela à sua região correspondente foi complementada através do cálculo do erro de reconstrução de altura (Figura 2.22).

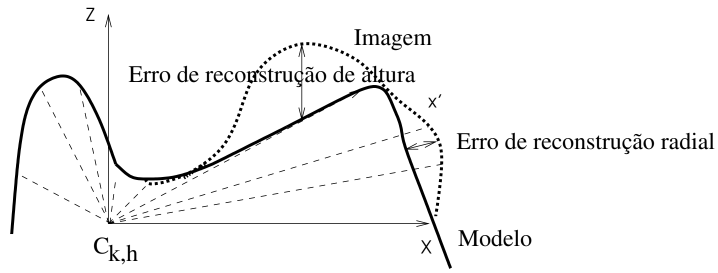


Figura 2.22: Erros de reconstrução

Quando todas as faces não paralelas estiverem ancoradas, calcula-se o erro de reconstrução de altura ϵ_{mi} de cada ponto $p_i \in R$ em relação ao modelo. Este erro é dado pela distância entre o plano que contém a face correspondente do modelo e p_i.

Dizemos que uma face F está ancorada, quando o erro de reconstrução (radial ou de altura) de F em relação a, pelo menos, uma percentagem χ (especificada pelo usuário) de pontos amostrados em sua correspondente região R, for menor que uma tolerância τ e os vértice de F estiverem ancorados.

Na implementação do RFM é considerada uma face paralela quando o ângulo entre o vetor normal n da face e a direção radial do baricentro p da face for maior que 60°, ou seja,

$$\frac{< n, \vec{C_{k,h}p} >}{\|\vec{C_{k,h}p}\|} < 0.5$$

2.3.4 Subdivisão de arestas

Uma aresta $e_i \in \mathcal{M}_k$ é subdividida se

1. o seu comprimento for maior que $L_{k,h}$, (no primeiro ângulo sólido $L_{0,1}$ é considerado como a menor distância do modelo à imagem. Veja também nas Subseções 2.3.8 e 2.3.9 o recálculo de $L_{k,h}$ para cada ângulo sólido $S_{k,h}$).
2. existir um correspondente na imagem para o novo vértice a ser inserido, e
3. pelo menos uma das suas duas faces adjacentes for ativa, não paralela, e estiver com erro de reconstrução radial maior que a tolerância τ.

Seja v_i o ponto a ser inserido em uma aresta e_i do modelo. O correspondente p_i para v_i é procurado na direção radial (θ_0, ϕ_0) determinada pelo ponto médio dos pontos correspondentes aos vértices da aresta e_i. Esta direção é chamada de direção preferencial (Figura 2.23)

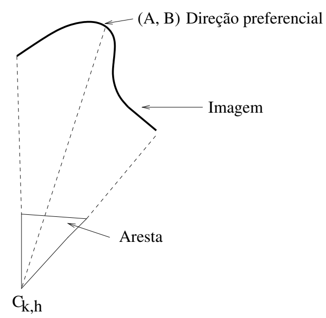


Figura 2.23: Direção preferencial de procura de um correspondente

Contudo, esta procura pode levar a auto-interseções. Para evitar isso, além de dar prioridade à direção preferencial, um ponto correspondente deve estar localizado na região da imagem correspondente às duas faces adjacentes à aresta e_i e dentro do ângulo sólido determinado por essas faces (Figuras 2.24 e 2.25). Mesmo assim, como já foi dito na

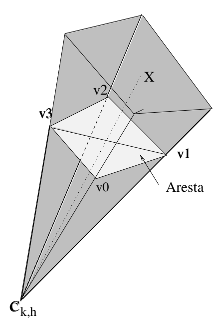


Figura 2.24: Ângulo sólido de procura do correspondente

Seção 2.3.3, superfícies com geometria não estrelada apresentarão mais de um ponto na direção radial de procura. Neste caso escolhe-se o ponto com a menor coordenada ρ.

Em casos de descontinuidade de profundidade, apesar dos cuidados mencionados acima na escolha do correspondente, algumas associações resultarão em ultrapassagem da imagem (Figura 2.26(a)). Sob tal circunstância, é feita a escolha preferencial de um ponto de descontinuidade de profundidade para permitir a quebra da face, de forma coerente com

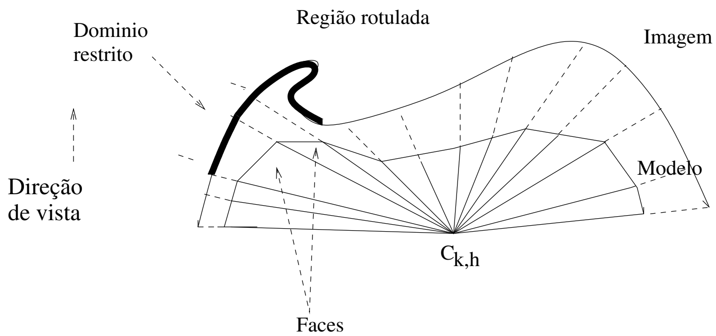


Figura 2.25: Vista 2D do domínio de procura de um correspondente.

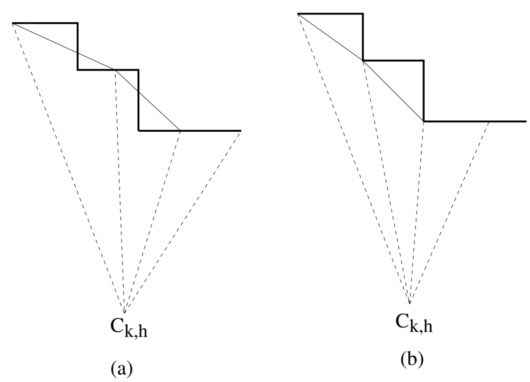


Figura 2.26: Procura preferencial de pontos com descontinuidade de profundidade

a geometria da região associada (Figura 2.26(b))

Quando e_i é uma *aresta-borda*, o domínio de procura consiste dos pontos de borda associados à *face-borda* que contém a aresta e_i. Essa "exclusividade" de domínio garante que não haverá nenhuma auto-interseção na borda do modelo. O correspondente p_i para v_i é procurado na direção preferencial, e caso encontrarem-se mais de um ponto nessa direção, escolhe-se aquele com a menor coordenada ρ.

Vale comentar ainda que, embora seja desejável que o vértice v_i a ser inserido na aresta e_i seja o ponto médio dela, pelo já exposto é comum que não seja. Por tal razão será necessário determinar o vértice v_i a ser inserido no modelo a partir do ponto correspondente p_i da seguinte maneira: Caso e_i seja aresta interna, v_i será o ponto interseção do raio $\vec{C_{k,h}p_i}$ com uma das faces adjacentes à aresta, e caso seja *aresta-borda* as coordenadas (θ, ϕ) de v_i serão as coordenadas (θ, ϕ) de p_i, e a distância radial ρ será a média das distâncias radiais dos vértices de e_i.

2.3.5 Subdivisão de faces

De acordo com o número de vértices novos nas suas arestas, existe mais de uma possibilidade de subdividir uma face. Para bissecar (faces com 4 vértices) existem 2 possíveis configurações (Figura 2.27(a)). Para trissecar (faces com cinco vértices) são consideradas 5 possíveis configurações (Figura 2.27(b)). E para tetrassecar (faces como seis vértices) existem 14 possíveis configurações (Figura 2.27(c))

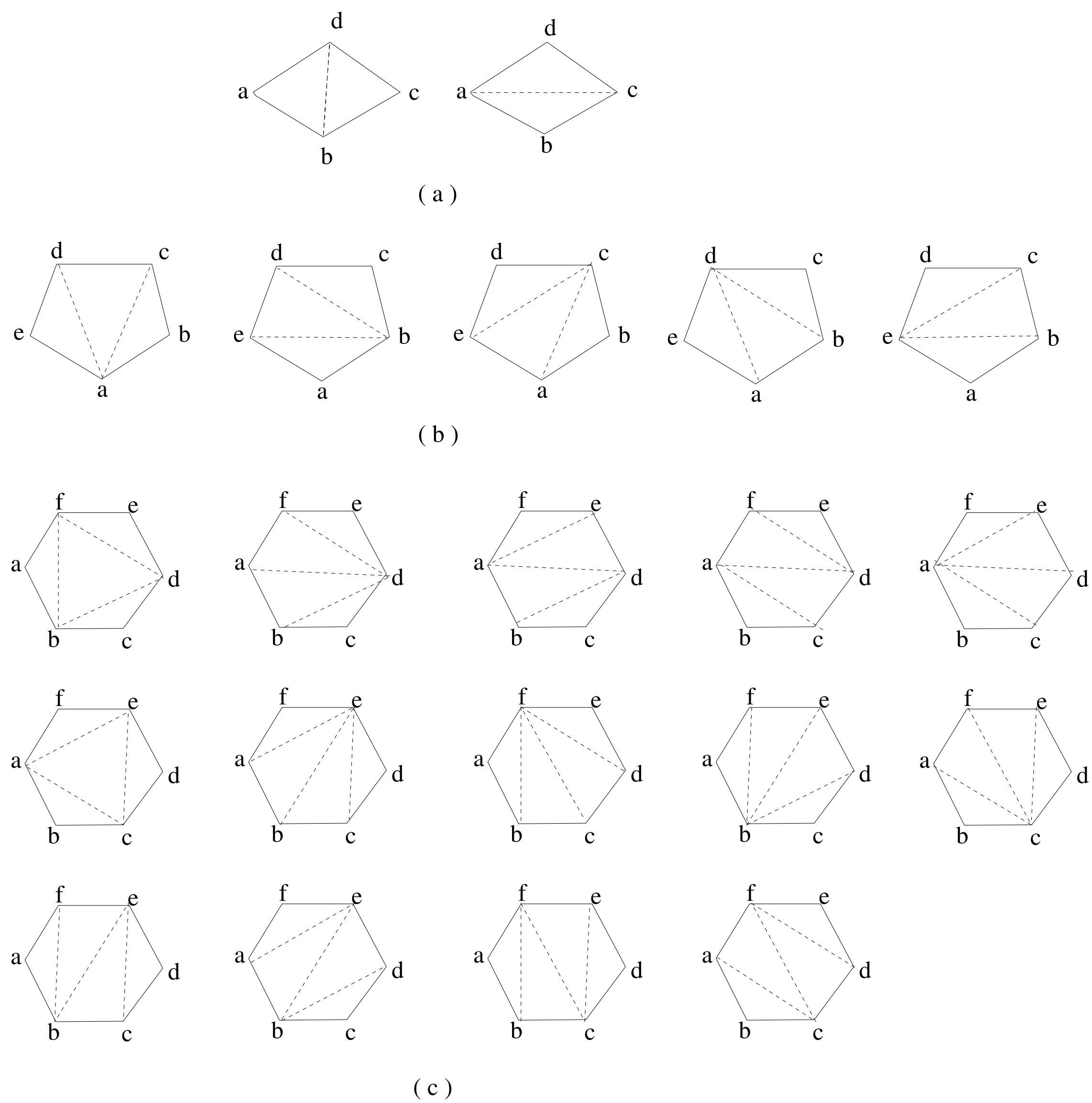


Figura 2.27: Configurações para subdividir faces

A configuração preferencial é aquela que garanta

- a regularidade da malha (evitar faces finas e cumpridas),
- favoreça o crescimento radial (evitar faces paralelas desnecessárias) e
- a criação correta de uma borda de descontinuidade, se tiver.

Vale a pena mencionar que, no caso de faces côncavas, toma-se cuidado para subdividir através dos vértices que originam a concavidade, evitando assim a formação de faces com mais de três vértices, como exemplifica a Figura 2.28.

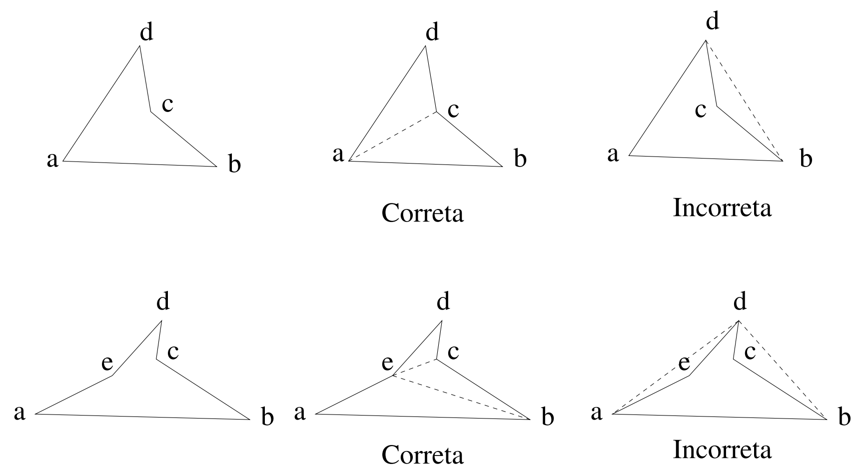


Figura 2.28: Subdivisão de faces côncavas

Para atualizar o domínio de correspondência de um ponto a ser inserido (Subseção 2.3.4) é necessário ajustar os rótulos de $\mathcal{R}$ após cada subdivisão, de tal forma que seja mantida a correspondência biunívoca entre as regiões R_i na imagem e as faces no modelo. Na Figura 2.29 mostra-se o ajuste do rótulo nas regiões correspondentes a duas faces que são bissecadas pela subdivisão da sua aresta comum.

Para permitir que o modelo se ajuste às bordas da imagem, um tratamento especial é reservado às *faces-borda*, quando a sua *aresta-borda* é subdividida, e a coordenada ρ do novo vértice é estimada, segundo comentado na Subseção 2.3.4. Neste caso, a região correspondente à nova *face-borda* pode incluir pontos que ainda não tenham sido rotulados (Figura 2.30).

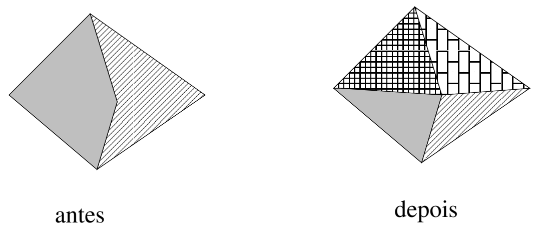


Figura 2.29: Reajuste do rótulo de uma face não borda

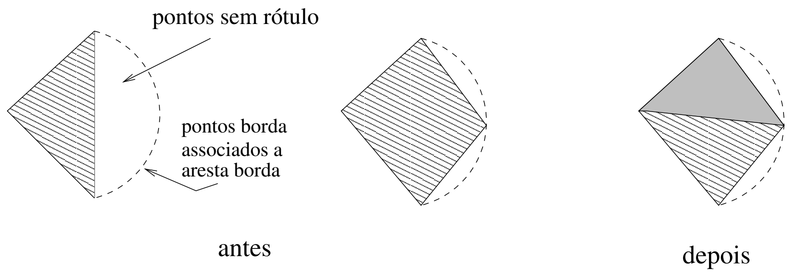


Figura 2.30: Reajuste do rótulo de uma *face-borda*

2.3.6 Crescimento

A escolha natural de um passo de crescimento apropriado que evite ultrapassar a imagem é o mínimo erro radial e_m das faces em relação a cada ponto p_i pertencente à sua região associada R_m (Subseção 2.3.3). Mas, este passo permitido para cada vértice da malha poderia levar à interpolação de indesejáveis pontos isolados na imagem (ruídos). Portanto, é feita uma restrição na velocidade dos vértices que tiverem algum dos seus vértices vizinhos ancorados. Essa estratégia emula a força interna (tensão) que os vértices vizinhos reagem em frente à força de inflação. Em tal sentido, a equação que representa o deslocamento de cada vértice v_i é

$$\rho = \rho + e_m s,$$

onde
$s = 1 - \frac{g}{G}$ com g e G denotando, respectivamente, o número de vértices adjacentes ancorados e o número total de vértices adjacentes.

Note que, se todos os vértices vizinhos ancorarem, o vértice não crescerá mais, e dizemos que ele ancorou pela tensão (Subseção 2.3.7).

As Figuras 2.31(b)–(e) ilustram o procedimento crescimento-subdividisão que leva

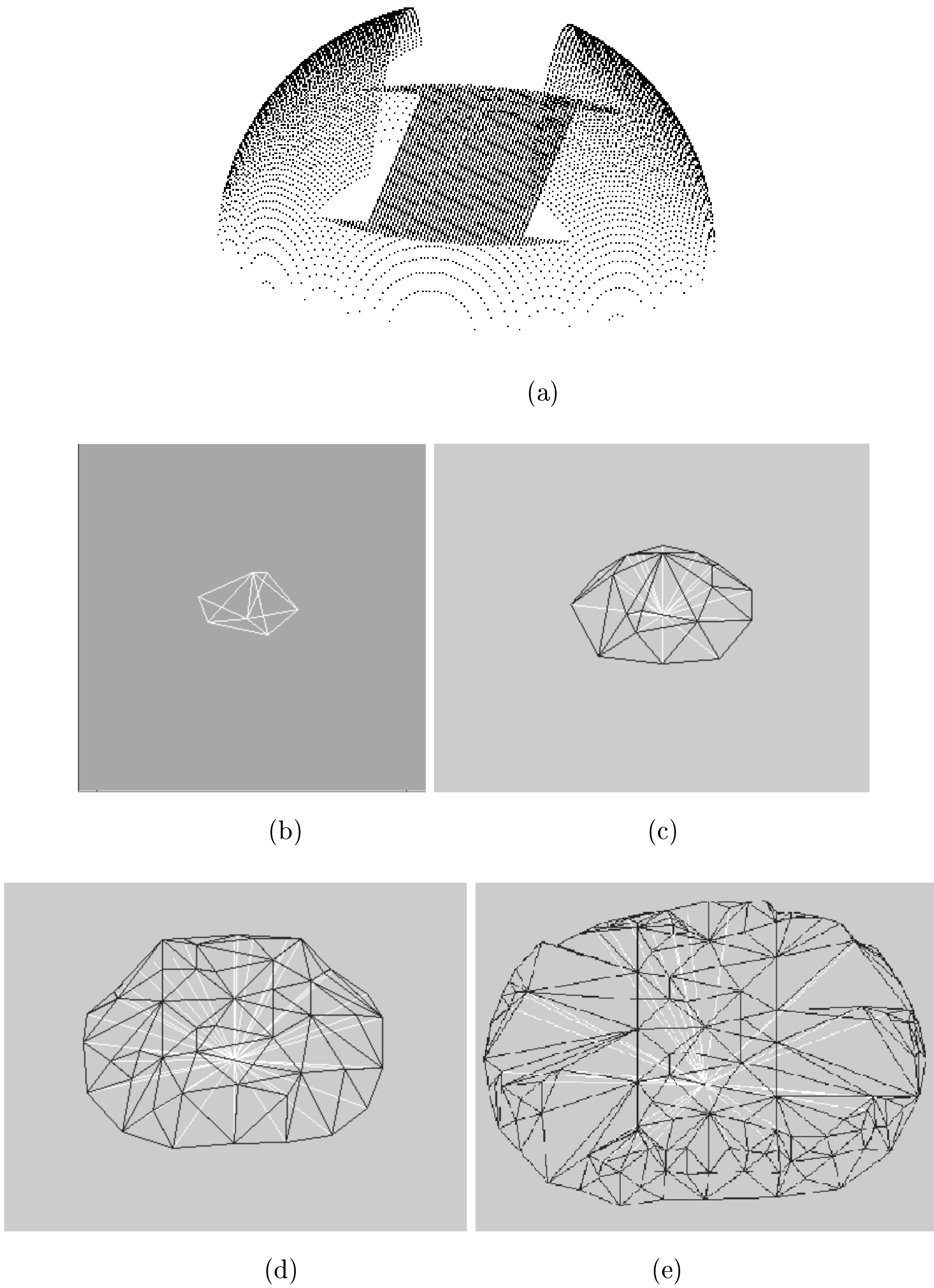


Figura 2.31: Malhas mostrando o processo crescimento-subdivisão

a malha se aproximar da superfície amostrada (Figura 2.31(a)).

2.3.7 Ancoramento

Depois de cada passagem pelos processos subdivisão e crescimento, o erro de reconstrução é reavaliado para possibilitar o ancoramento de vértices e faces do modelo que já estiverem suficientemente próximos dos pontos ou das regiões correspondentes na imagem. Além das situações de ancoramento comentadas na Subseção 2.3.3, distinguem-se ainda dois casos especiais: ancoramento de vértices por tensão e ancoramento de faces indecisas.

Um vértice v_i é ancorado pela tensão se os seus vizinhos estão ancorados. Esses vértices serão ancorados no seu ponto correspondente na imagem, se as suas faces adjacentes tiverem erro de reconstrução radial menor que τ.

Chama-se de face indecisa àquela face que é associada a uma região na imagem sem amostras. Geralmente, as faces muito pequenas, finas ou aquelas que ligam bordas de descontinuidade de profundidade, são consideradas indecisas. Neste caso, não se consegue determinar o erro de reconstrução, e portanto o seu ancoramento deve ser decidido pelas suas faces adjacentes. Considera-se essa face ancorada, quando 80% das suas faces adjacentes estão ancoradas.

2.3.8 Refinamento adicional

Quando o passo de crescimento é zero (todos os vértices do modelo ancoraram e o comprimento das arestas estiver abaixo de $L_{k,h}$), é comum termos ainda faces não paralelas com erro de reconstrução. Isso significa que a região correspondente na imagem tem detalhes geométricos que somente serão reconstruídos refinando a aproximação linear. (Figura 2.32). Em tal sentido, com o propósito de continuar o processo crescimento-subdivisão, o valor de $L_{k,h}$ é recalculado da seguinte maneira:

$$L_{k,h} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \|e_i\|}{m}, \tag{2.2}$$

onde e_i são as m arestas das faces ainda com erro de reconstrução no ângulo sólido.

Assim, consegue-se esgotar todas as possibilidades de crescimento com a frente corrente através do recálculo de $L_{k,h}$ enquanto existirem ainda faces não paralelas com erro

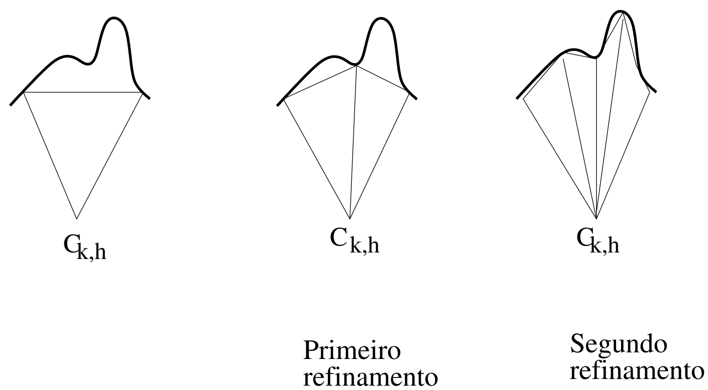


Figura 2.32: Refinamento para ajuste de detalhes geométricos

de reconstrução.

2.3.9 Determinação de novas frentes de crescimento

Após o refinamento adicional, as faces com erro de reconstrução de altura acima da tolerância τ são agrupadas em conjuntos maximamente conexos de faces com erro, $\mathcal{A}_h$. Para cada $\mathcal{A}_h$ um novo centro $C_{k,h}$ é determinado para gerar um novo ângulo sólido de crescimento $S_{k,h}$.

Embora o fluxo de crescimento seja radial, o monitoramento da consistência geométrica, como auto-interseções, utiliza informações em coordenadas cartesianas. Portanto, não só o centro do fluxo radial como também a orientação do sistema de referência de cada frente são fundamentais para garantir um crescimento apropriado. O centro do fluxo radial deve ser tal que, cada face do modelo pertencente ao conjunto $\mathcal{A}_h$ e os pontos da sua região correspondente fiquem dentro do ângulo sólido para ter um número maior possível de amostras durante o processo de reconstrução com aquela frente (Figura 2.33). A orientação do sistema de referência, por sua vez, deve ser tal, que evite ambigüidade na representação das coordenadas x, y dos pontos da nova frente e que as distâncias entre as projeções destes pontos no plano xy tenham a menor distorção possível em relação às distâncias espaciais. Na implementação do RFM toma-se, por simplicidade,

- como a direção do eixo z do novo sistema de referência a direção definida pelos dois centróides: o centróide de $\mathcal{A}_h$ e o centróide das amostras da região correspondente na imagem $\mathcal{U}_h$.

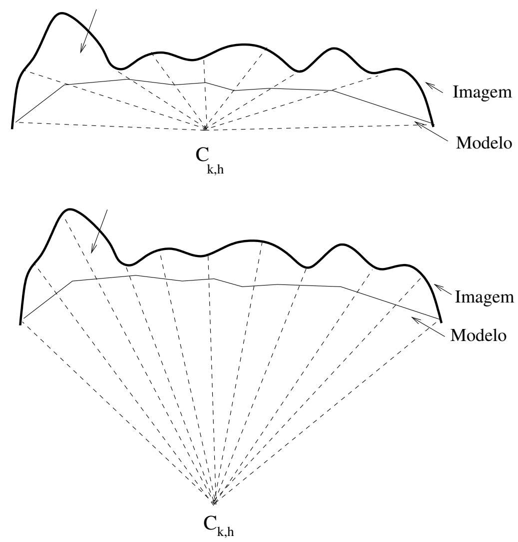


Figura 2.33: Variação dos centros radiais influindo na cobertura do ângulo sólido

- como o novo centro do fluxo radial um ponto sobre o eixo z tal que todos os pontos da borda das faces do modelo ($\mathcal{C}(\mathcal{A}_h)$) formem com relação ao eixo z um ângulo menor ou igual a $45°$.(Figura 2.34).

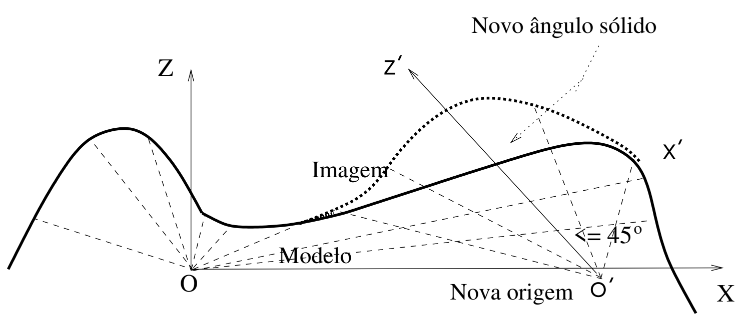


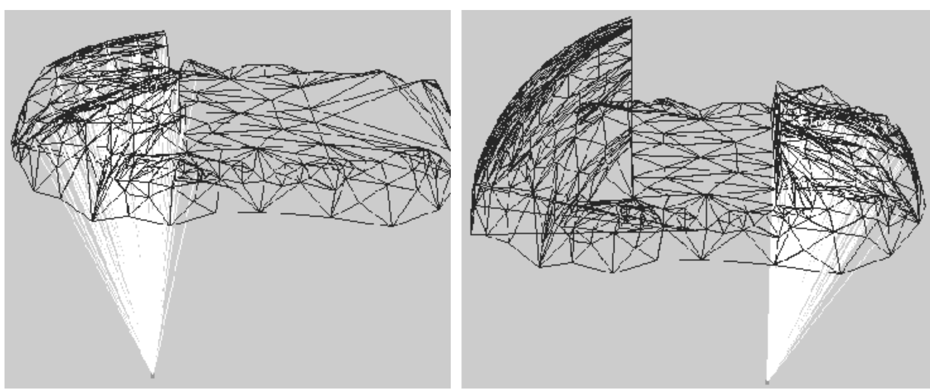
Figura 2.34: Nova frente

Para a maioria dos casos testados, esta forma de determinação tem sido um bom compromisso entre a cobertura do ângulo sólido e pouca distorsão na projeção ortogonal sobre o plano xy do sistema de referência escolhido.

Vale mencionar que, ao mudar o sistema de referência da nova frente, deve-se (1) alinhar cada par (vértice, ponto correspondente) na nova direção radial, e (2) reestimar a distância radial dos vértices não ancorados para ter um crescimento radial mais uniforme possível. Para isso, tenta-se definir uma geometria próxima de uma calota esférica através da estimação do nova distância radial de um vértice em função do menor raio dos pontos da imagem pertencentes às regiões correspondentes às suas faces adjacentes. Além disso, um novo $L_{k,h}$ é calculado usando a equação 2.2, para possibilitar novas subdivisões e crescimento.

Às vezes, pode acontecer de existir uma aresta na nova frente que, apesar do recálculo de $L_{k,h}$, não conseguiu subdividir. Então uma primeira subdivisão de todas as arestas é feita para garantir que a frente cresça uniformemente. O raio dos novos vértices introduzidos nesta subdivisão é atribuído conforme explicado no parágrafo anterior.

Na Figura 2.35 observamos duas frentes de crescimento criadas para o ajuste da malha aos dados da Figura 2.31(a). Essas duas frentes correspondem aos dois conjuntos maximamente conexos de faces paralelas que surgiram durante o crescimento da primeira frente (Figura 2.31(e)).



(a) (b)

Figura 2.35: Determinação de novas frentes

Após o ancoramento dessas frentes, teremos o modelo reconstruído mostrado na Figura 2.36.

2.4 Algoritmos

Para a implementação da nossa proposta, tem sido muito importantes dois algoritmos para pré-processamento dos dados da imagem de profundidade:

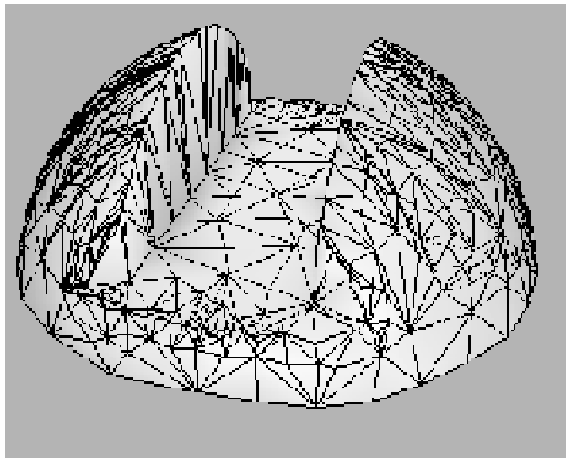


Figura 2.36: Modelo reconstruído

- rotulação de componentes maximamente conexas e
- deteção de borda.

2.4.1 Rotulação de componentes maximamente conexas de uma imagem binária

Este procedimento consiste em dar um único rótulo aos pixels que pertencem a uma mesma região maximamente conexa. O algoritmo que usamos é simples. Ele consiste em varrer a imagem, propagando um rótulo por todos os pixels adjacentes ao pixel inicial (semente). Assim, para cada pixel com valor um, rotula-se e empilha-se os seus vizinhos n-conectados com valor um. Repete-se o processo de rotulação e empilhamento de vizinhos para cada elemento da pilha até esgotar a pilha. Escolhe-se então um novo pixel sem rótulo como a semente de uma nova componente com rótulo incrementado de 1. E assim sucessivamente, até esgotar todos os pixels da imagem. Se começarmos com rótulo igual a 1, o último rótulo atribuído nos dará o número de componentes maximamente n-conectadas.

Algoritmo:

Varredura na imagem:

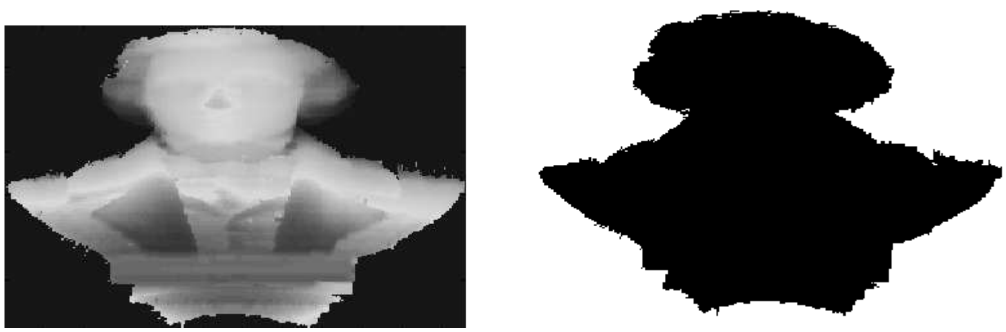
Se pixel p com valor 1 e não está rotulado

- Rotula-região-conexa(p,rotulo)

Rotula-região-conexa (p,rotulo)

- Rotula p
- empilha os vizinhos com valor 1 e sem rótulo
- enquanto a pilha não estiver vazia
    - retira pixel j da pilha
    - rotula j
    - empilha os vizinhos com valor 1 e sem rótulo
- Varredura na imagem

A Figura 2.37(b) exemplifica a rotulação da única componente maximamente conexa, composta pelos pixels com profundidade diferente de zero, encontrados na imagem de profundidade da Figura 2.37(a).



(a) (b)

Figura 2.37: (a) Imagem de profundidade (b) Componente 8-conectada

2.4.2 Deteção de borda

Seja uma imagem binária com uma única componente maximamente conexa de pixels com valor um. O algoritmo *chain-code* [6] detecta a borda dessa região, representando-a por uma sequência conexa de segmentos de linha de diferentes comprimentos e direções. As direções são dadas pela escolha da conectividade dos segmentos (Figura 2.38). Este algoritmo inicia num determinado pixel com valor um, e procura um outro também com valor um em todas as direções vizinhas, se não achar repete o processo a partir dele, e assim sucessivamente, até esgotar as direções ou achar o pixel. Este algoritmo têm sido preferido por nós, por ter a vantagem sobre o algoritmo Sobel de fornecer os pontos ordenados no

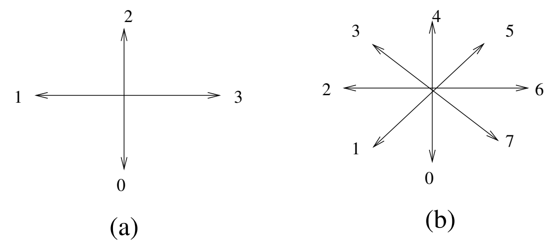


Figura 2.38: (a) 4 direções (b) 8 direções

sentido horário ou no sentido anti-horário.

Algoritmo:

Deteção de contorno:

- Guarda pixel com valor 1
- Caminha

Caminha:

- Para cada direção
  - Verifique a existência de um pixel com valor 1
  - Se achou
    - Guarda pixel
    - Caminha

A Figura 2.39 mostra a borda obtida usando o algoritmo chain-code, a partir da componente maximamente conexa mostrada na Figura 2.37(b).

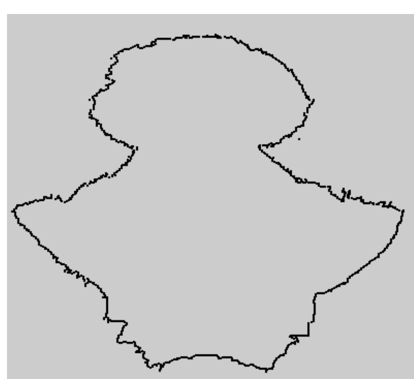


Figura 2.39: Borda obtida usando o algoritmo chain-code

Capítulo 3

RFM estendido

Considerando o problema:

"Seja uma superfície S com número de gênero maior que zero, sua imagem de profundidade $\mathcal{R}$ e uma malha inicial com número de gênero zero $\mathcal{M}_0$, reconstrua S a partir de $\mathcal{R}$ e $\mathcal{M}_0$, gerando uma malha triangular $\mathcal{M}$ que tenha a mesma classe topológica de S",

é necessário estender o algoritmo RFM de maneira que seja capaz de

- reconstruir superfícies com bordas não estreladas
- casar a topologia da malha com a topologia estimada da superfície a ser reconstruída.

Com este intuito, na seção 3.1 descrevemos um simples procedimento de estimação da topologia de S. A seguir, na Seção 3.2 discutimos a estratégia de reconstrução de superfícies com bordas não estreladas. Na seção 3.3, a estratégia de deteção da necessidade de mudanças topológicas na malha é apresentada. Em seguida, na seção 3.4 discutimos o processo que realiza as cirurgias topológicas na malha em crescimento, e finalmente na seção 3.5 apresentamos uma versão mais refinada do algoritmo de Fluxo Radial, que viabiliza a reconstrução de superfícies de gênero maior que zero.

3.1 Estimação da topologia de S

Como estabelecido na Proposição 2.1, podemos estimar a topologia da superfície S a partir da topologia da imagem $\mathcal{R}$, através do conhecimento dos seus pontos críticos numa direção determinada da função altura. Porém a determinação desses pontos não é uma tarefa trivial, devido à imprecisão do cálculo das derivadas em imagens, agravado ainda pela eventual presença de ruído.

Felizmente, há uma maneira alternativa: podemos estimar a topologia de $\mathcal{M}$ a partir do número de alças de $\mathcal{R}$ (Corolário 2.1).

A determinação das alças de $\mathcal{R}$ é feita de maneira simples, ao distinguirmos dois tipos de regiões de pontos com profundidade igual a zero: regiões limitadas, circundadas pelos pontos com o valor de profundidade válido, e regiões ilimitadas (Figura 3.1). Se

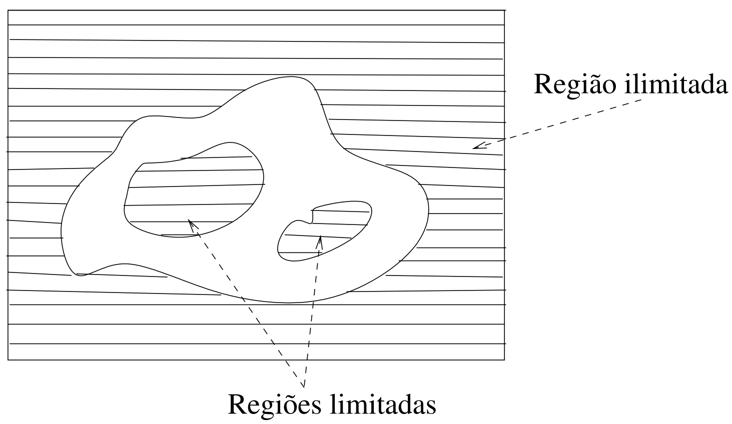


Figura 3.1: Regiões limitadas e ilimitadas numa imagem

desconsiderarmos os pontos das regiões ilimitadas, a deteção do gênero topológico de $\mathcal{R}$ pode ser obtido através da rotulação das regiões limitadas (Subseção 2.4.1), e com uso do algoritmo *chain-code* (Subseção 2.4.2), podemos obter facilmente as bordas destas regiões. Estas bordas são, de fato, as bordas internas de $\mathcal{R}$, que refletem a existência ou não de alças em $\mathcal{R}$.

3.2 Reconstrução de superfícies com bordas não estreladas

Dedicamos esta seção à discusão dos problemas encontrados na implementação do RFM relacionados com o ajuste geométrico de superfícies com bordas não estreladas. Para uma maior compreensão, podemos dividi-los em três:

- Determinação da origem do ângulo sólido inicial de crescimento radial (Posicionamento do decaedro),

- Crescimento dos vértices da borda restrito ao primeiro centro radial, e
- Sistema de referência do novo fluxo radial

3.2.1 Posicionamento do modelo inicial

O posicionamento inicial do decaedro (modelo inicial) é a chave no processo de reconstrução. Ele e o seu vértice inferior (origem) determinam o primeiro ângulo sólido de crescimento do modelo. Portanto, deve estar situado de maneira que se encontre "coberto" pelos pontos da imagem, e de preferência, em certa posição central para favorecer um comprimento adequado de $L_{0,1}$ e o primeiro crescimento (Seções 2.3.2 e 2.3.6). Na implementação do RFM, os objetos reconstruídos possuem borda com geometria estrelada, portanto assume-se as coordenadas (x, y) da origem, como as coordenadas do pixel médio da imagem. Contudo, esta escolha só funcionará quando a região média da imagem contiver pontos com profundidades válidas. Observe na Figura 3.2 uma imagem representando uma superfície com número de gênero igual a um. Neste caso, o decaedro não poderia ser centralizado na imagem, já que nessa região encontra-se um buraco e, conseqüentemente, pontos com valores de profundidades inválidos.

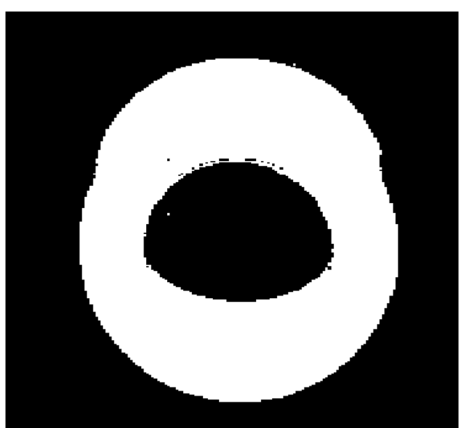


Figura 3.2: Região media com profundidades não válidas

Para contornar este problema sugerimos uma simples, mas eficiente, solução que sempre garante que o modelo inicial seja posicionado de tal forma, que ele seja coberto por pontos da imagem e esteja localizado numa posição central com relação aos pontos com profundidade válida na região.

Supondo que as bordas internas da imagem sejam conhecidas, a determinação da posição inicial (x_0, y_0) segue os seguintes passos:

1. Escolha a borda interna B que contém a menor coordenada y.
2. Caminhemos nela até achar o ponto com o menor valor de y, y_{max}.
3. Determine $x_0 = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i}{m}, \qquad \forall x_i \ / \ (x, y_{max}) \in B$ (Figura 3.3a)
4. A partir do x_0 caminhemos na direção $-y$ até chegar ao ponto (x_0, y_{min}) pertencente à borda externa.
5. A coordenada y_0 da origem será $y_0 = \frac{y_{min}+y_{max}}{2}$ (Figura 3.3b).

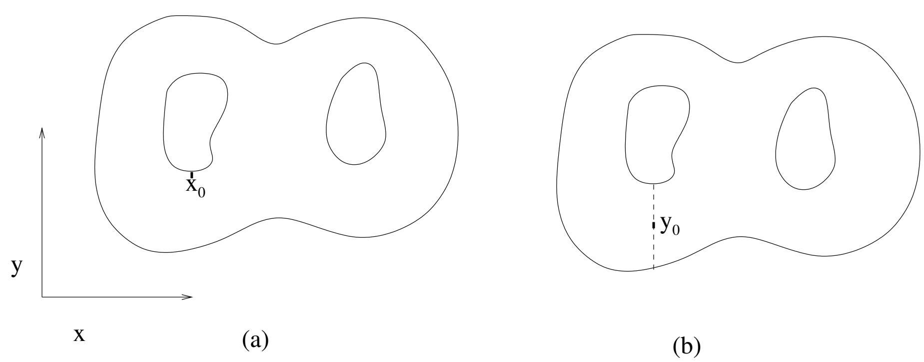
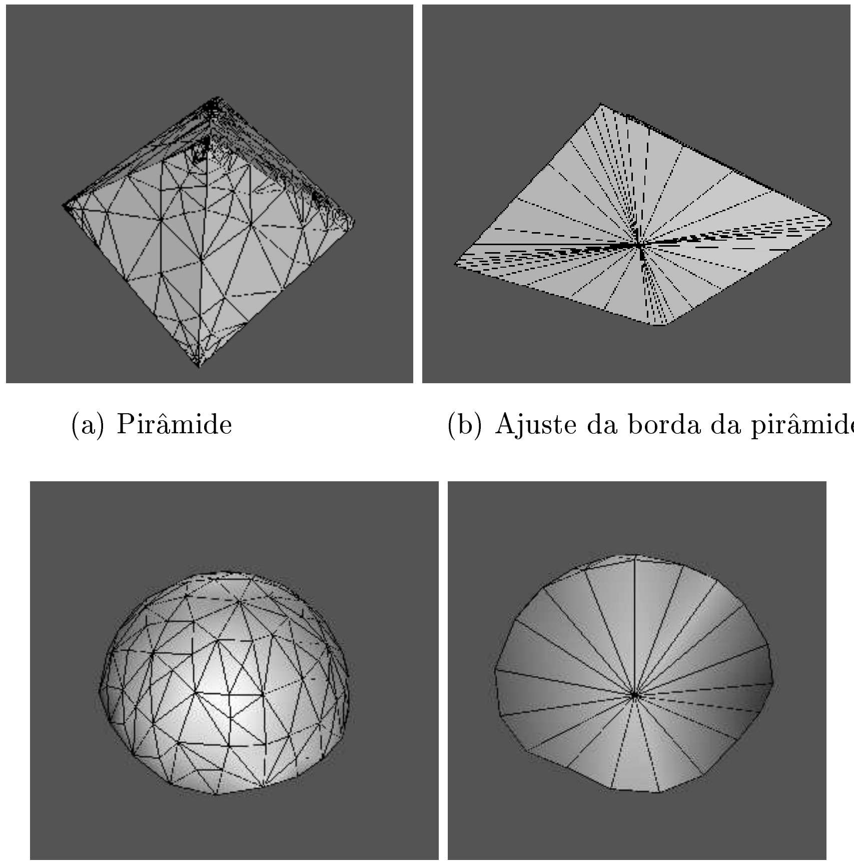


Figura 3.3: (a) Cálculo da coordenada x da origem (b)Cálculo da coordenada y da origem

3.2.2 Crescimento dos vértices da borda restrito a $C_{0,1}$

A implementação do RFM se limitou à geometria (de borda de imagem) estrelada. Portanto, um único centro radial é suficiente para reconstruir a borda completa sem problemas de ambigüidade na correspondência. As seguintes imagens mostram o crescimento dos vértices de borda a partir de apenas um único centro radial, conseguindo a reconstrução completa da borda (Figura 3.4).

Já quando a geometria da borda não é estrelada, a aplicação da estratégia de rotulação angular completa da borda (Subseção 2.3.2) resulta na associação ambígua de regiões



(a) Pirâmide (b) Ajuste da borda da pirâmide

(c) Esfera (d) Ajuste da borda da esfera

Figura 3.4: Reconstrução de bordas com geometria estrelada

de borda uma *aresta-borda* do modelo. Observe na Figura 3.5 a rotulação angular completa, mas incorreta, da *aresta-borda* de um toro, uma vez que apenas uma região simplesmente conexa deve ser interpolada pela *aresta-borda* para não ultrapassar a imagem.

Com o intuito de atribuir à região associada a uma *aresta-borda*, somente os pontos que devem ser atingidos a partir do centro radial corrente, é proposta a rotulação de um único ponto para cada direção radial. Para cada ponto p_i da borda com coordenada θ pertencence ao intervalo $[\theta_0, \theta_1]$ associado a uma *aresta-borda*, traça-se um raio até o centro radial $C_{k,h}$. Se o raio passar por pontos de profundidade inválida, desconsidere p_i, caso contrário p_i é rotulado. A Figura 3.6 ilustra a rotulação da borda do toro com o centro radial em $C_{0,1}$. Note-se que com este centro radial apenas uma região estrelada do toro (Figura 3.7(a)) é reconstruído (Figura 3.7(b)).

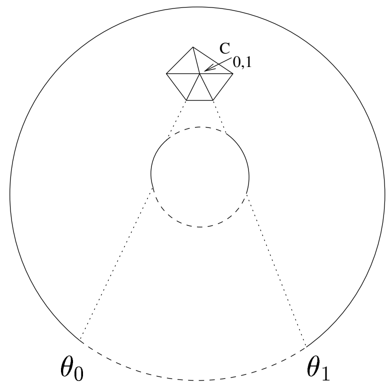


Figura 3.5: Rotulação dos pontos com valores θ entre $[\theta_0, \theta_1]$

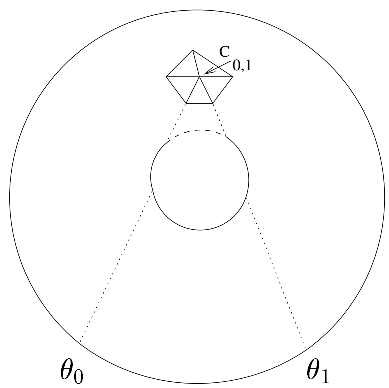
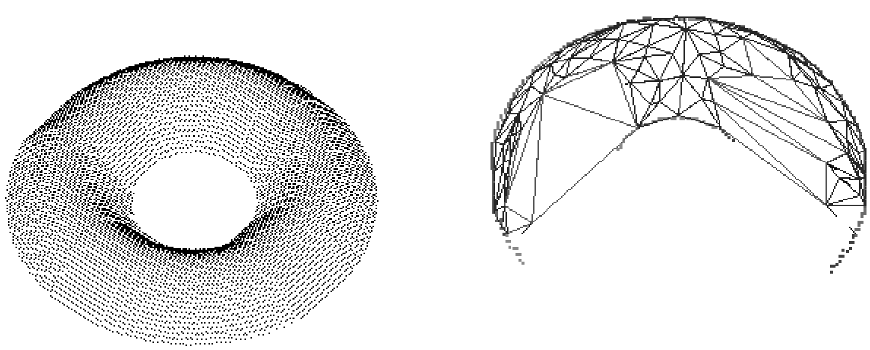


Figura 3.6: Rotulação dos pontos com valores θ entre $[\theta_0, \theta_1]$ (proposta)



(a) (b)

Figura 3.7: (a) Amostras de um toro (b) Região estrelada reconstruída a partir de $C_{0,1}$

No limite da reconstrução de apenas uma região estrelada, teremos como resultado *faces-borda* que são paralelas à direção radial e cujos pontos de borda adjacentes não têm sido rotulados (Figura 3.8(a)). Essas faces são chamadas de *faces-limite*.

No caso específico de bordas de superfícies com buracos, o limite da reconstrução é uma malha com duas *faces-limite* em volta de cada borda interna. A *aresta-borda* dessas faces encontra-se na direção radial que intercepta dois pontos de borda: um, na borda interna e outro, na borda externa (Figura 3.8(b)).

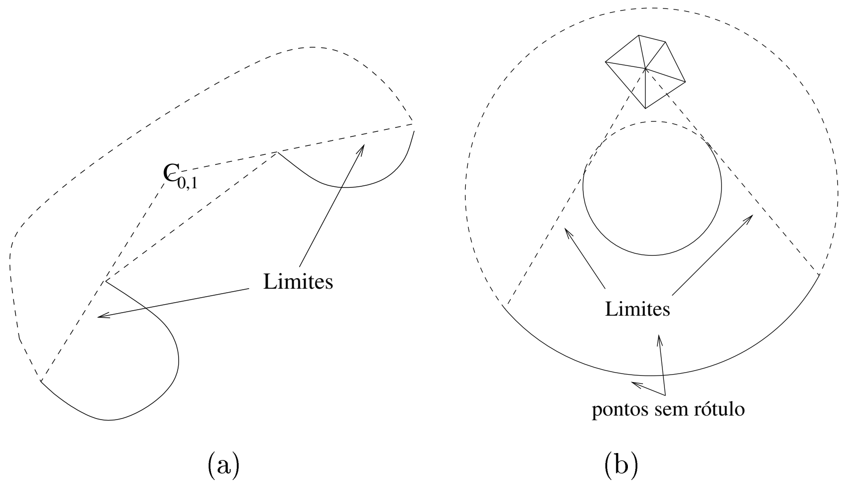


Figura 3.8: Crescimento do modelo limitado pelos pontos de borda rotulados

Visto que os pontos sem rótulo não são atingidos durante o processo de crescimento a partir dos centro $C_{0,1}$, é preciso criarmos outro centro radial a partir do qual estes pontos possam ser alcançados.

Para conseguir cobrir a maior área possível de pontos de borda sem rótulo, o novo centro radial é posicionado no ponto médio da *aresta-borda* da *face-limite* como mostra a Figura 3.9(a). A re-rotulação da imagem a partir desse novo centro garante a continuação do crescimento até um novo limite (Figura 3.9(b)).

Notamos, porém, que quando a *face-borda* for crescer a partir de um novo $C_{k,h}$, a *face-base* adjacente crescerá junto mas ligada ainda ao centro radial $C_{0,1}$, originando autointerseções no modelo e/ou ultrapassagem da imagem (Figura 3.10).

Para isso não acontecer, o deslocamento das *faces-base* também deve ocorrer a partir do mesmo centro radial da sua *face-borda* adjacente. Mais precisamente, um novo vértice

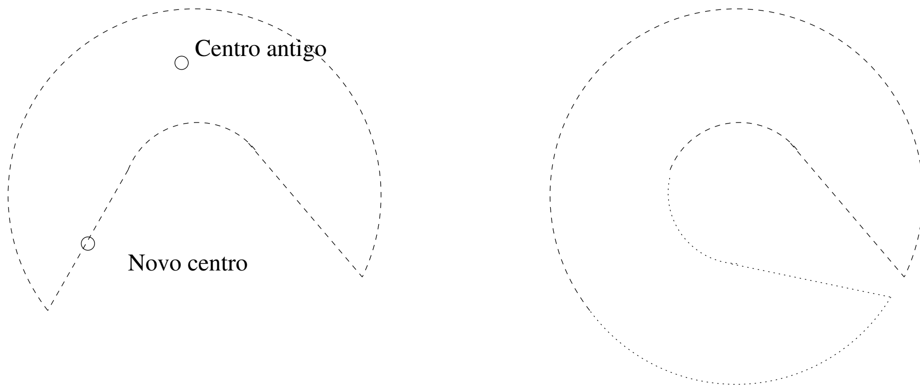


Figura 3.9: (a) Novo centro radial (b) limite imposto pela nova rotulação

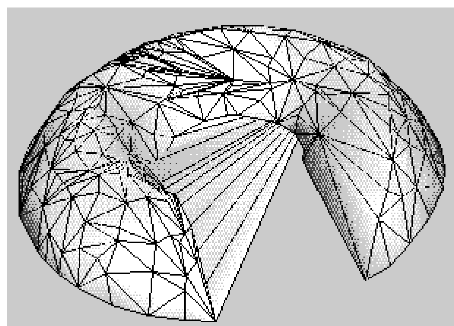


Figura 3.10: *Faces base* ultrapassando a imagem e se sobrepondo

comum às *faces-base* (*vértice-inativo*) deve ser criado e posicionado no novo centro radial ou próximo a ele.

Por simplicidade, nós optamos pelo seguinte procedimento. Traça-se uma reta L que passe pelo novo $C_{k,h}$ e que seja normal à *aresta-borda* da *face-limite*. O ponto interseção p_i da reta L com a maior aresta-base da *face-base* adjacente à *face-limite* (aresta que liga seu *vértice-inativo* com o vértice-borda com maior coordenada ρ da *aresta-borda*), será o novo *vértice-inativo* (Figura 3.11a). Subdivide-se, então, as faces adjacentes a este vértice para manter a topologia triangular (Figura 3.11b). Em seguida, quando as *faces-borda* subdivirem e os seus novos vértices se associarem a pontos da imagem rotulados a partir do novo centro radial, suas *faces-base* adjacentes estarão ligadas corretamente ao novo *vértice-inativo* comum (Figura 3.12).

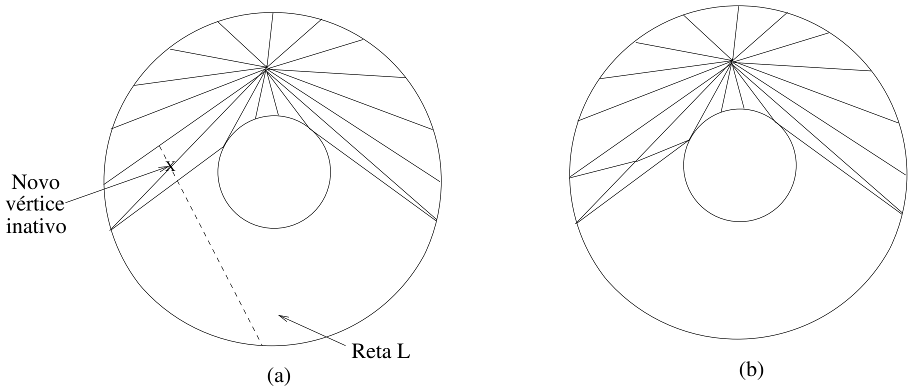


Figura 3.11: Criação de novo *vértice-inativo*

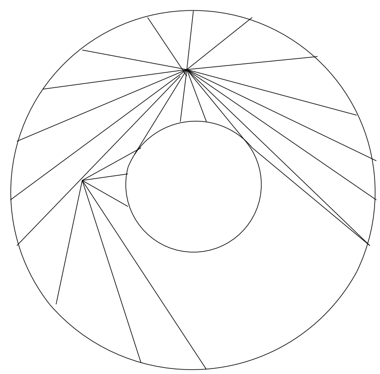


Figura 3.12: Novas *faces base* ligadas ao novo centro comum

3.2.3 Sistema de referência do novo fluxo radial

Quando a superfície a ser reconstruída apresenta borda estrelada, precisa-se apenas de um centro radial para reconstruir a borda. As novas frentes serão somente para ajuste da geometria interior da superfície (geometria circundada pela borda), isto é, as frentes envolvidas em tais casos têm a característica de serem "interiores" ou circundadas por *arestas-borda* do modelo ancoradas. Quando a superfície a ser reconstruída não têm a borda estrelada, precisa-se de mais um centro radial para reconstruir a borda. Mais precisamente, pode-se pensar no particionamento dos pontos da imagem em regiões estreladas para cada qual é atribuído um centro radial para o seu ajuste. Neste caso, as frentes que contêm uma *face-limite* (conjunto de faces maximamente conexas que estão no limite da região estrelada) são as frentes que fazem fronteira com regiões da imagem ainda não atingidas pelo processo de reconstrução.

Vista essa diferença, é natural pensarmos em mudar a estratégia de determinação do sistema de referência (centro radial e eixo central) das frentes que possuem *faces-limite*, distinguindo-a da estratégia usada para frentes "interiores" descrita na Seção 2.3.9. A nova estratégia é inspirada na analogia das frentes com *faces-limite* com a primeira frente do crescimento, quando a borda do decaedro (malha inicial) faz fronteira com regiões da imagem ainda sem rótulo.

Quanto ao eixo central, no caso de frentes interiores, é determinado pelos centróides na imagem e no modelo, uma vez que conhece-se a região toda da imagem que deseja-se ajustar (região circundada pela fronteira do conjunto de faces da frente) (Seção 2.3.9). Já no caso de frentes com *face limite*, pensamos, por simplicidade, em estabelecer como eixo central $\vec{z} = (0, 0, 1)$ em analogia à primeira frente de crescimento.

Quanto ao centro radial, no caso das frentes interiores, a coordenadas (x, y) são dadas pelo centróide do conjunto de faces da frente (Subseção 2.3.9). Já no caso de frentes com *faces-limite*, optamos - como mencionado na Subseção 3.2.2 - pelas coordenadas (x, y) do ponto médio da *aresta-borda* da *face-limite*, para possibilitar a rotulação de uma nova região estrelada de pontos da borda, em forma análoga ao posicionamento do primeiro centro radial, no ponto médio de dois pontos de borda (Subseção 3.2.1).

A coordenada z do centro radial no caso do primeiro centro radial é a menor coordenada z das amostras (Subseção 2.3.1), isso significa ter direções de crescimento que formem até 90^o com relação ao eixo central. Essa estratêgia é eficiente no crescimento da primeira frente devido a ela ter (1) geometria de uma semi-esfera e (2) uma malha regular. Já no caso das frentes que se derivam da primeira frente não ancorada, elas podem ter (1) geometria arbitrária (dependendo da geometria da imagem) e (2) malha irregular decorrente de faces que cresceram em direção quase paralela à direção de crescimento. Essas duas características não possibilitam o uso da estratégia usada na primeira frente de crescimento. Em frente disso, optou-se pela estratégia adoptada para frentes interiores, ou seja, calcula-se a coordenada $\vec{z}$ do centro radial, de maneira que, as direções de crescimento da nova frente, formem como máximo um ângulo de 45^o com o eixo central. Desta maneira, de acordo a nossos experimentos, consegue-se uma favorável cobertura das regiões na imagem pelo ângulo sólido determinado pelas faces, o que possibilita um razoável crescimento.

3.3 Condições para cirurgias topológicas

Com base na teoria de Morse (Subseção 2.1.5) uma mudança topológica deve ser feita na vizinhança de um ponto de sela da função altura de $\mathcal{R}$, na direção de crescimento do modelo (Figura 3.13). Segundo Da Silva (Corolário 2.2), na prática isso significa a existência

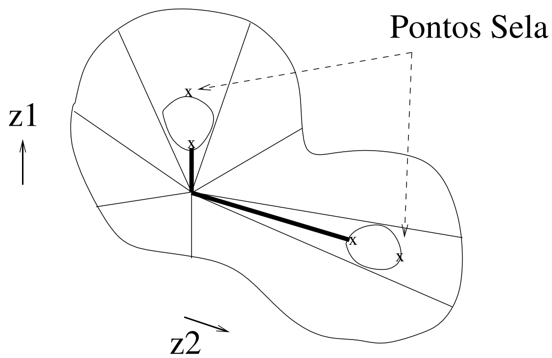


Figura 3.13: Pontos de sela na direção de crescimento

de duas regiões adjacentes na imagem, correspondentes a dois conjuntos maximamente conexos de faces não ancoradas.

Inspiradas nessa idéia e na análise feita na Subseção 3.2.2, concluímos que nosso problema se reduz a avaliar a "proximidade" das duas *faces-limite* $F1$ e $F2$ pertencentes a dois conjuntos maximamente conexos distintos de faces não ancoradas, correspondentes a duas regiões adjacentes na imagem.

Assim, a remoção das *faces-limite* determinará o "corte" e a retriangulação entre os vértices delas a "costura topológica" !

É muito importante salientar que tal "proximidade" deve levar em conta a linearidade da costura topológica a ser aplicada de forma a evitar que o modelo ultrapasse a imagem, ao fazermos a retriangulação entre os vértices das *faces-limite*.

Essas considerações nos levaram a utilizar os dois seguintes critérios para avaliar a "proximidade" de F_1 e F_2:

1. Os vetores normais de $F1$ e $F2$ são quase paralelos e opostos (Figura 3.14(a)).
2. As sequência de arestas internas não devem ultrapassar a imagem para manter o princípio de crescimento radial de dentro para fora. Chamamos de sequências de

arestas internas àquelas que ligam pontos de diferentes bordas. A Figura 3.14(b) ilustra um caso que não satisfaz este critério.

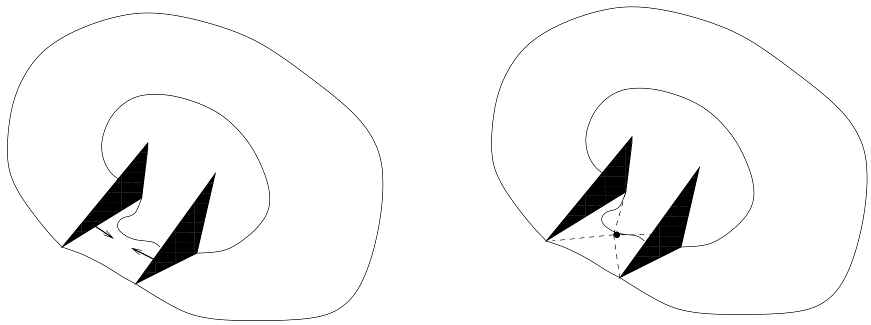


Figura 3.14: (a) Primeiro critério de proximidade (b) Segundo critério de proximidade

A segunda condição garante que as duas *arestas-borda* a serem geradas na costura topológica serão capazes de se ajustar à geometria de seus segmentos de borda correspondentes na imagem (Subseção 3.4).

Para realizar os testes de "proximidade", é necessário identificar as duas *faces-limite* que são candidatas a costura. O seguinte procedimento nos ajuda a identificar um par de *faces-limite* F_1 e F_2:

- Procura-se F_2 a partir do ponto p_m de borda interna, associado ao vértice v_m da *aresta-borda* $v_m v_n$. Caso $v_m v_n$ estiver associada a duas bordas internas distintas, a procura deve ser feita a partir do ponto p_m correspondente ao vértice de borda com a menor coordenada ρ. Por exemplo, na configuração da Figura 3.15, a face dual da face F_1 deve ser procurada caminhando pela borda b_2 e não pela borda b_4. .
- Caminhamos sobre a borda escolhida a partir do ponto p_m. O sentido da caminhada dependerá da orientação da *aresta-borda* em relação ao ponto p_m associado ao seu vértice v_m. Quando a aresta $v_m v_n$ de F_1 estiver orientada em sentido anti-horário, a caminhada será em sentido horário; caso contrário, será em sentido anti-horário (Figura 3.16).

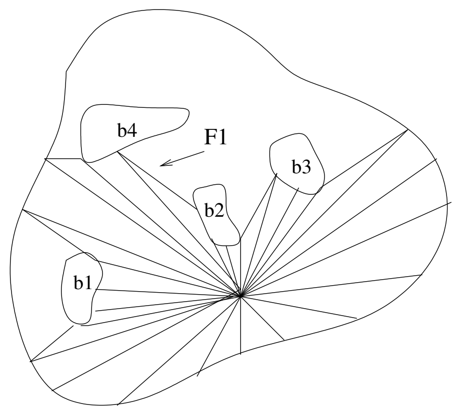


Figura 3.15: Procura da face dual

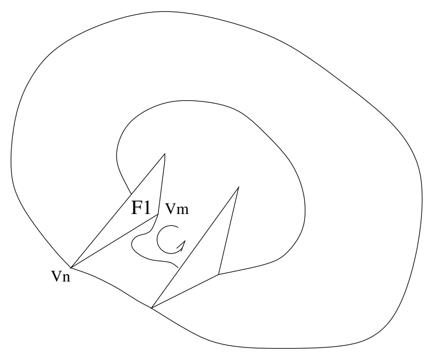


Figura 3.16: Sentido anti-horário da caminhada

3.4 Realização da cirurgia topológica

Seja o estágio k do crescimento radial de uma malha fechada e simplesmente conexa com número de gênero i $\mathcal{M}_k$, e sejam $F1$ e $F2$ as duas *faces-limite* correspondentes a dois conjuntos de faces maximamente conexos não ancorados $\mathcal{A}_1$ e $\mathcal{A}_2$, respectivamente. Considere ainda que $F1$ e $F2$ estão conectadas através da borda b_{i+1} e satisfazem os critérios de "proximidade". Procedemos à cirurgia topológica em duas etapas:

1. **Corte** (Figura 3.17)
   (a) Eliminamos a *face-limite* F_1, transformando $\mathcal{M}_k$ em uma malha aberta circundada pela borda de F_1.
   (b) Eliminamos a *face-limite* F_2, criando uma borda interna na malha $\mathcal{M}_k$.
2. **Costura** (Figura 3.18)

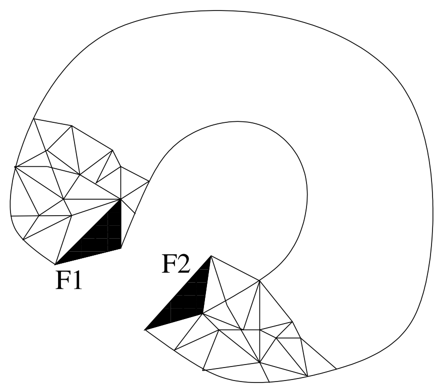


Figura 3.17: Corte topológico

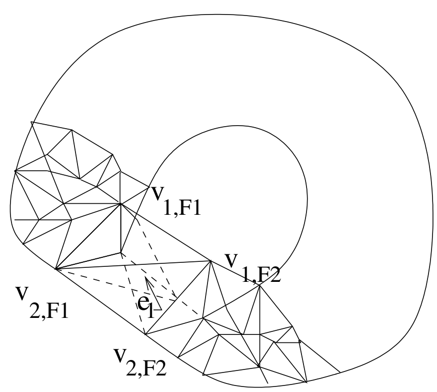


Figura 3.18: Costura topológica

(a) Unimos os vértices das faces F_1 e F_2 associados a pontos da borda b_{i+1}. Esta união é feita através de uma aresta e_1 fechando uma sequência de arestas que circunda b_{i+1}.

(b) Unimos os vértices de borda de F_1 e F_2, v_{2,F_1} e v_{2,F_2}, através de uma aresta, criando assim uma face retangular $f1$.

(c) Unimos os vértices de F_1 e F_2, v_{1,F_1} e v_{1,F_2} através de uma aresta, criando a face retangular $f2$.

(d) Criamos a face retangular $f3$ que fechará novamente a malha $\mathcal{M}_k$. Note-se que agora o número de gênero de $\mathcal{M}_k$ é $i+1$.

(e) Triangulamos as faces retangulares para manter a malha triangulada (Figura 3.18).

As faces $f2$ e $f3$ fornecerão cada uma delas, duas faces ativas, sendo uma delas *face-borda.*

Por sua vez a face $f1$ fornecerá quatro novas faces inativas, em cujo ponto de interseção será posicionado o novo centro radial, como veremos posteriormente.

Vale comentar que na costura topológica deve-se atender a identificação das arestas que são costuradas para que o resultado seja sempre uma superfície orientável.

Após uma costura topológica teremos uma única frente ao invés das duas frentes $\mathcal{A}_1$ e $\mathcal{A}_2$, pois agora elas estão conectadas através das quatro novas faces ativas introduzidas. Para este nova frente de crescimento, o centro radial e o novo vértice ativo são posicionados na interseção das quatro novas *faces-base*. Esse ponto é estratégico, pois encontra-se numa posição central com relação aos conjuntos de faces $\mathcal{A}_1$ e $\mathcal{A}_2$. A orientação do fluxo será na direção de vista $\vec{z} = (0, 0, 1)$ e o ângulo sólido do fluxo será determinado, de tal maneira, que os vértices da borda formem um ângulo de 45^o em relação ao eixo $\vec{z}$ (Veja Subseção 3.2.3).

Além disso, precisa-se associar regiões na imagem com as novas faces. Isso é feito através do procedimento de rotulação de regiões interiores descrito na Subseção 2.3.1 e a rotulação de pontos de borda discutido na Subseção 3.2.2.

Cabe ressaltar, também, que o nosso procedimento garante que as novas faces decorrentes da costura topológica não ultrapassarão a imagem. Isso é garantido através de duas razões:

- A condição (2) estabelecida na Seção 3.3 garante que as regiões angulares, determinadas pelos vértices da mesma borda a partir do novo centro radial, abrangem os pontos de borda dentro da região de costura. Isso possibilitará o ajuste linear da borda sem ultrapassagem; e
- a coordenada ρ estimada para os novos vértices v_{ic} gerados na primeira subdivisão da frente é a distância radial mínima dos pontos da imagem correspondentes às regiões associadas às suas faces adjacentes (Seção 2.3.9). Dessa maneira, facilita-se um crescimento radial adaptativo, permitindo um ajuste correto às regiões correspondentes.

3.5 Algoritmo

A Figura 3.19 apresenta o nosso algoritmo RFM revisado e estendido. Ele consiste dos seguintes passos.

1. (a) Rotular as m componentes maximamente conexas com profundidade diferente de zero (Subseção 2.4.1). Obter a borda externa da componente maximamente conexa com maior número de pixels, usando o algoritmo *chain-code* (Subseção 2.4.2).

   (b) Rotular as n componentes maximamente conexas com profundidade igual a zero (Subseção 2.4.1). Se n for diferente de zero, obter as n bordas internas b_i usando o algoritmo *chain-code* (Subseção 2.4.2).

   (c) Determinar os pontos de descontinuidade de profundidade usando o algoritmo Sobel.

2. (a) Determinação do primeiro sistema de referência como explicado na Subseção 2.3.2.

   (b) Conversão das coordenadas cartesianas dos pontos da imagem $\mathcal{R}$ para as esféricas.

   (c) Construir a malha inicial $\mathcal{M}^0$, como exposto na Seção 2.3.2.

   (d) Determinar o comprimento máximo permitido $L_{0,1}$ para cada aresta em $S_{0,1}$.

   (e) Rotular as regiões R_m correspondentes às faces F_m da malha $\mathcal{M}^0$.

   (f) Rotular a borda da imagem conforme explicado na Subseção 3.2.2

3. (a) Subdividir as *arestas-borda* $v_{i1}v_{i2}$ de $\mathcal{S}^{k,h}$, se as seguintes condições forem satisfeitas:

   - o seu comprimento é maior que $L^{k,h}$,
   - a aresta $v_{i1}v_{i2}$ não é paralela à direção radial, e
   - possui um ponto correspondente p_i para o vértice a ser inserido. O ponto p_i deve pertencer à segmento de borda associado à *face-borda* que contém a aresta.

   (b) Subdividir as arestas interiores $v_{i1}v_{i2}$ de $\mathcal{S}^{k,h}$, se as seguintes condições forem satisfeitas:

   - o seu comprimento é maior que $L^{k,h}$,

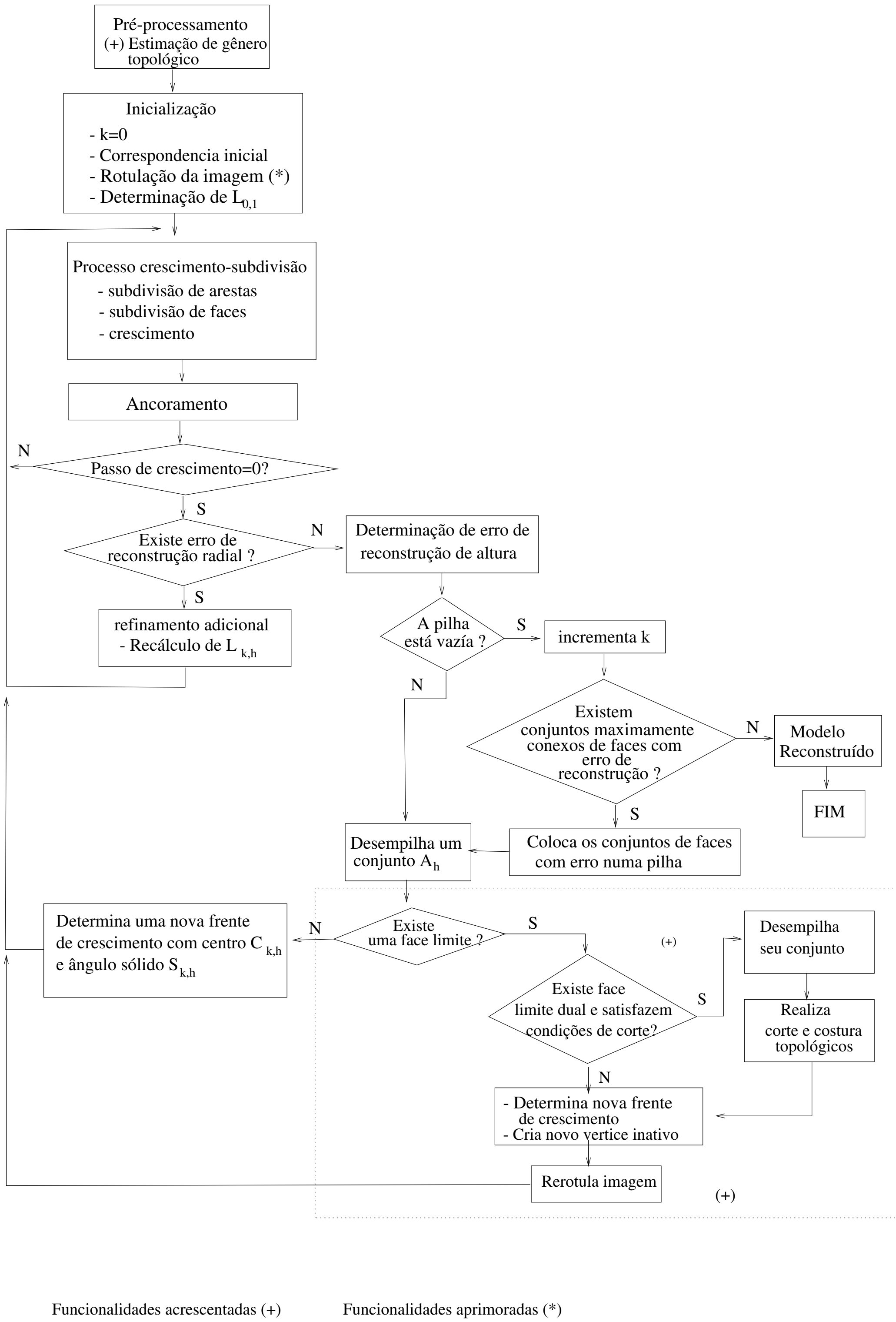


Figura 3.19: Fluxograma do Método de Fluxo Radial aprimorado

- possui pelo menos uma das faces adjacentes não ancorada, não paralela e ativa, e
- possui um ponto correspondente p_i para o vértice a ser inserido. O ponto p_i deve pertencer às regiões associadas às faces adjacentes e ao ângulo sólido determinado por essas faces. O correspondente p_i em ambos os casos deve ser escolhido considerando as seguintes prioridades:
    i. ser um ponto de descontinuidade de profundidade.
    ii. ser um ponto na direção preferencial

(c) Subdividir as faces de acordo com número de vértices inseridos.

Para cada configuração apresentada na Subseção 2.3.5, determine:

- a altura das faces em relação à maior aresta, e
- condição de paralelismo de cada face

Escolhe-se a configuração que tiver faces com maior altura e o menor número de faces paralelas.

4. Determinar o passo de crescimento radial $t = \min\{\epsilon_m, \forall F_m \in \mathcal{S}^{k,h}\}$, onde F_m são faces não ancoradas e $\epsilon_m = \min\{\epsilon_{mi}\}$, ϵ_{mi} é o erro radial de F_m em relação a cada ponto p_i pertencente a região associada R_m.

    (a) Se $t = 0$ segue para (6).

    (b) Para todo v_i em $\mathcal{S}^{k,h}$ não ancorado:

    i. contar o número de vértices adjacentes, denotando por G, e o número de vértices ancorados, denotado por g,

    ii. atualizar sua coordenada ρ, onde $\rho_{v_i} = \rho_{v_i} + \Delta_i s$ e $\Delta_i = (1 - \frac{g}{G})$, e

    iii. atualizar as coordenadas cartesianas de v_i.

5. (a) Se $\| \rho_{p_i} - \rho_{v_i} \| \leq \tau$, então o vértice v_i é marcado como ancorado.

    (b) Marcar como ancoradas as faces de $\mathcal{M}^k$ com erro de reconstrução $\epsilon_{mi} < \tau$ para pelo menos $\chi\%$ dos pontos amostrados, pertencentes à região correspondente em $\mathcal{R}$ e com os seus vértices ancorados.

    (c) Se o passo Δ_i do vértice v_i é zero e as suas faces adjacentes estão ancoradas, v_i é marcado como ancorado no seu correspondente.

    (d) Se $\Delta_i = 0, \;\; \forall v_i \in \mathcal{S}_{k,h}$, recalcular o comprimento $L^{k,h}$ e ir para (3a).

(e) Se existem vértices v_i de $\mathcal{M}^k$ não ancorados seguir para (3a).

6. Para cada face $F \in \mathcal{S}_{k,h}$ não ancorada, calcular o erro de reconstrução de altura
7. Para cada $F \in \mathcal{S}_{k,h}$ sem região associada, marcá-la como ancorada, se 80% das suas faces adjacentes estão ancoradas.
8. Agrupar as faces não ancoradas em conjuntos maximamente conexos $\mathcal{A}_h$
9. Se o número de conjuntos maximamente conexos for zero, seguir para (12)
10. Para cada conjunto $\mathcal{A}_h$, de faces não ancoradas.

    (a) Se existir uma *face-borda* F_1 cujos vértices da *aresta-borda* são associados a pontos de diferentes bordas,

    i. caminhar através do ponto de borda interna com menor coordenada ρ até encontrar uma face $F2$ pertencente a um conjunto de faces com erro de reconstrução, $\mathcal{A}_{h2}$;

    ii. se F_1 e F_2 não satisfizerem as condições de "proximidade", seguir para (10(b)i).

    iii. eliminar as faces $F1$ e $F2$.

    iv. criar oito novas faces retriangulando os vértices das duas faces eliminadas (Seção 3.4).

    v. combinar $\mathcal{A}_h$ e $\mathcal{A}_{h2}$ através da inserção de quatro novas faces ativas gerando uma frente única $\mathcal{A}_h$.

    vi. estabelecer o novo sistema de referência com:

    - Centro radial $\mathcal{C}_{k,h}$:
        - coordenadas (x, y).- coordenadas (x, y) da interseção das quatro novas faces inativas introduzidas.
        - coordenada z .- determinada conforme explicado na Seção 2.3.9.
    - Eixo central $\vec{z} = (0, 0, 1)$.

    vii. O novo *vértice-inativo* tem coordenadas

    - (x, y) .- coincidentes com $\mathcal{C}_{k,h}$.
    - z .- ponto médio das coordenadas z dos vértices das arestas da interseção das quatro faces inativas introduzidas.

    viii. associar regiões na imagem para as novas faces

ix. seguir para (10d)

(b) Se existir uma *face-borda* F_1 cujos vértices de borda vizinhos estiverem sem rótulo,

i. estabelecer o novo sistema de referência com:

- Centro radial $\mathcal{C}_{k,h}$:
  - coordenadas (x, y) .- coordenadas (x, y) do ponto médio da aresta de borda de $F1$.
  - coordenada z é determinada conforme explicado na Seção 2.3.9.
- Eixo central $\vec{z} = (0, 0, 1)$,

ii. O novo *vértice-inativo* tem coordenadas

- (x, y) .- coincidentes com $\mathcal{C}_{k,h}$.
- z .- ponto médio das coordenadas z dos vértices da *aresta-borda* de F_1.

iii. rerotular a *aresta-borda* de $F1$, conforme explicado na Subseção 3.2.2,

iv. seguir para (10d).

(c) Estabelecer o novo sistema de referência: Centro radial $C^{k+1,h}$ e eixo central $\mathcal{N}_h$ conforme explicado na Seção 2.3.9.

(d) Para cada vértice não ancorado v_i, atualizar

i. suas coordenadas esféricas θ e ϕ de acordo com a nova direção radial $\mathrm{C}^{k+1,h}\mathrm{p}_i$,

ii. sua coordenada esférica ρ segundo explicado na Subseção(2.3.9), e

iii. as coordenadas cartesianas de v_i.

(e) Determinar $L^{k+1,h}$ de acordo com a equação (2.2).

(f) Subdividir as arestas pertencentes ao interior $\mathcal{A}_h$ que possuam os vértices adjacentes ancorados ou comprimento maior que $L^{k+1,h}$.

(g) Atualizar a coordenada esférica ρ, de cada um dos novos vértices, conforme explicado na Subseção (2.3.9).

11. Seguir para (3);

12. Fim.

Capítulo 4

Implementação e resultados

Neste capítulo são apresentados alguns detalhes da implementação do RFM estendido, que permite a reconstrução de superfícies com número de gênero maior que zero, usando como entrada uma imagem de profundidade $\mathcal{R}$ e uma malha inicial homeomorfa a esfera.

Mostramos ainda exemplos que ilustram o desempenho do nosso algoritmo implementado através de um conjunto de imagens sintéticas e reais.

4.1 Modelo de Dados Topológicos

As funcionalidades estendidas e/ou revisadas do Modelo de Fluxo Radial foram implementadas em linguagem C na plataforma UNIX. Elas foram inseridas e adaptadas ao programa já existente RFM. Ele é executável em SUN-SPARC e PC (Linux).

Para visualizar os modelos reconstruídos foram usadas as funções da biblioteca gráfica Mesa [20] (clone *freeware* da interface gráfica OpenGL [23]) e o pacote Geomview [9].

Para representar e gerenciar a topologia do modelo reconstruído em cada iteração, usamos o Módulo de Dados Topológicos (TDM) desenvolvido por Wu [30, 29], e visto a sua importância na implementação do algoritmo proposto, uma breve descrição é apresentada.

TDM é um esquema de representação por fronteira, adequado para representar objetos no espaço Euclideano tridimensional.

TDM foi projetado a partir da seguinte equação, que estabelece a relação entre a quantidade de entidades e algumas características topológicas de uma superfície fechada

$$V - E + F - So = C - 2g + s, \tag{4.1}$$

onde

V é o número de vértices; E, número de arestas; F, número de faces; So, número de sólidos; C, número de componentes topológicas; $2g$, número ciclos topológicos unidimensionais[1] e s, número de superfícies fechadas (ciclos topológicos bidimensionais).

No nosso contexto, já que o nosso domínio de trabalho são objetos constituídos por uma superfície fechada, a equação 4.1 se reduz a

$$V - E + F = 1 - 2g + s$$

As entidades topológicas (vértices, arestas, faces) e as características topológicas (componentes e ciclos) são organizadas hierarquicamente conforme o esquema apresentado na Figura 4.1.

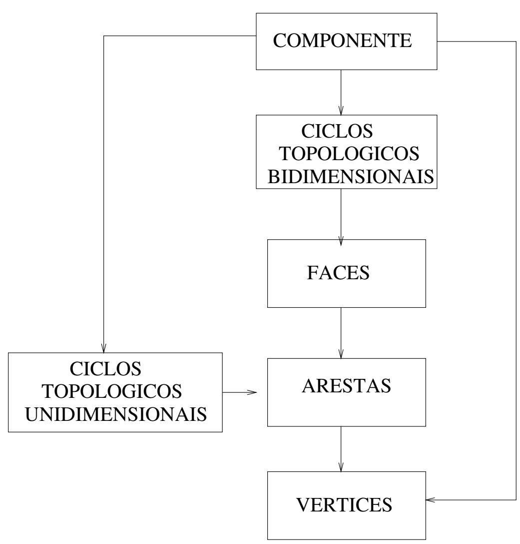


Figura 4.1: Hierarquia de entidades e características topológicas

De acordo com este esquema, um componente topológico pode ser construído a partir de vértices, os quais são ligados por arestas. E uma sequência fechada de arestas delimita uma face. Quando uma sequência de arestas é fechada e não é borda de uma face,

[1] g é o número de gênero.

dizemos que ela forma um ciclo topológico unidimensional, e quando um conjunto de faces não é borda de um sólido, dizemos que ele é um ciclo topológico bidimensional.

TDM nos provê um conjunto de funções que permitem criar e/ou adicionar (funções construtivas) e remover entidades topológicas do modelo (funções destrutivas). Internamente, são feitas de maneira automática atualizações das características topológicas do modelo, mantendo sempre a validade topológica das representações. Por exemplo, ao removermos uma face da malha fechada $\mathcal{M}_k$, TDM decrementa em 1 o número de ciclos topológicos bidimensionais (Passo 1 do "corte", Seção 3.4) e ao removermos a segunda face da malha aberta (Passo 2 do "corte", Seção 3.4), TDM incrementa em 1 o número de ciclos topológicos unidimensionais. Ao criarmos uma aresta (Passo 1 da "costura", Seção 3.4), TDM incrementa mais um ciclo topológico unidimensional.

Além das funções construtivas e destrutivas, TDM fornece as funções de consulta que permitem obter informações topológicas do modelo, como faces adjacentes a um vértice e contorno orientado de um conjunto de faces. TDM também permite atribuir informações geométricas às entidades topológicas como as coordenadas dos vértices, vetor normal e baricentro das faces.

4.2 Detalhes importantes de implementação

Nesta seção comentamos algumas decisões que foram tomadas para viabilizar a implementação do algoritmo RFM estendido.

4.2.1 Estimação da topologia de S

A nossa imagem de trabalho pode conter ruído do tipo "pimenta" (*pepper noise*), e a estratégia de rotulação das regiões limitadas, vista na Seção 3.1, considerará essas componentes ruidosas como regiões ilimitadas, obtendo desta maneira falsos buracos na imagem. Para contornar esse problema, um limiar de 10 pixels - valor suficiente para as imagens testadas - foi estabelecido.

Além disso, a região ilimitada da imagem pode ser multiplamente conexa (Figura 4.2). Nesses casos, por uniformidade, reduzimos para uma região simplesmente conexa,

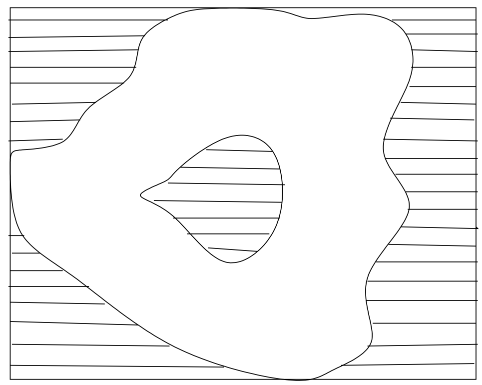
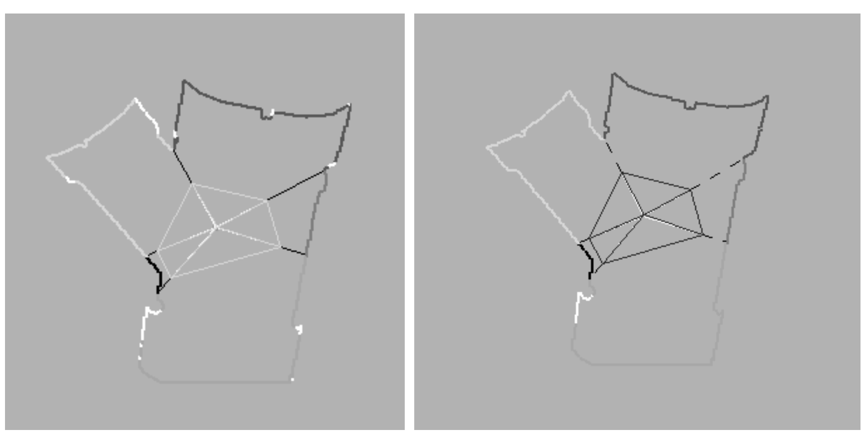


Figura 4.2: Região ilimitada multiplamente conexa

da seguinte maneira: Ampliamos a imagem com um conjunto de pixels que desempenham o papel de "moldura", garantindo que a região de pontos válidos seja circundada pelos pontos inválidos. Com isso o nosso procedimento se inicia com a eliminação da região simplesmente conexa de pontos inválidos.

4.2.2 Reconstrução de superfícies com bordas não estreladas

Devido à precisão do algoritmo de segmentação da borda (Subseção 3.2.2), pontos da borda da imagem muito próximos a pontos com rótulo são desconsiderados na rotulação (Figura 4.3(a)). Isso pode onerar o processamento, ao considerarmos a criação de um novo



(a) (b)

Figura 4.3: Rotulação da borda (a) antes e (b) depois do ajuste

centro radial para atingir esses poucos pontos. Para evitar isso, um ajuste dos rótulos deve ser feito, considerando o erro da sequência dos pontos não rotulados em relação ao segmento definido pelos dois pontos extremos com rótulo. Após este tratamento, conseguimos amenizar bastante o problema. No caso da Figura 4.3(b) apenas um segmento apresentou erro acima do limiar considerado.

4.2.3 Ajuste das *arestas-borda* à curvatura da sua região de borda correspondente

Na implementação do RFM, o ajuste geométrico é feito através da subdivisão da aresta quando o seu comprimento estiver acima do valor máximo permitido $L_{k,h}$. Porém, é comum acontecer que parte da aresta encoste na imagem ainda sem o seu comprimento atingir o valor $L_{k,h}$ (Figura 4.4(a)). Nesses casos, a aresta ultrapassa a imagem se seus

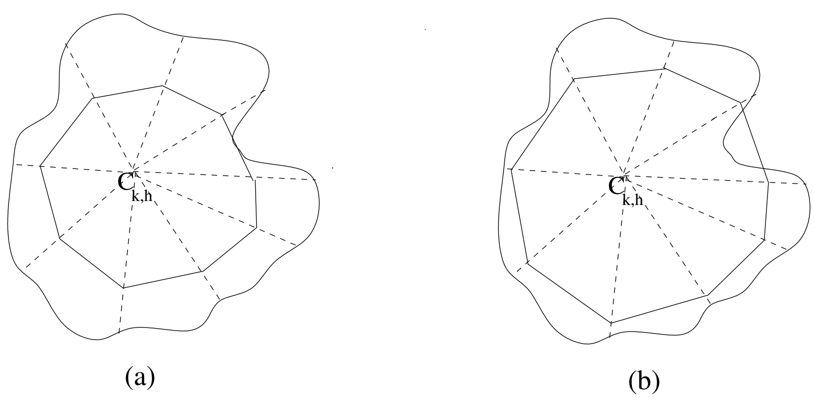


Figura 4.4: *Aresta-borda* ultrapassando a imagem

vértices de borda crescerem em direção dos seus pontos correspondentes (Figura 4.4(b)).

Para isso não acontecer, na subdivisão da aresta e_i, procura-se um ponto correspondente p_c através do seguinte procedimento:

- Determina-se o raio que passa pelo ponto médio da aresta a ser subdividida.
- Para cada ponto p_i sobre este raio é calculado o erro das duas arestas definidas por p_i e os pontos correspondentes aos vértices de e_i. O ponto p_i, que gerar menor erro em relação às arestas geradas a partir dele, será considerado como referência para determinar p_c. p_c será o ponto de borda mais próximo de p_i (Figura 4.5).

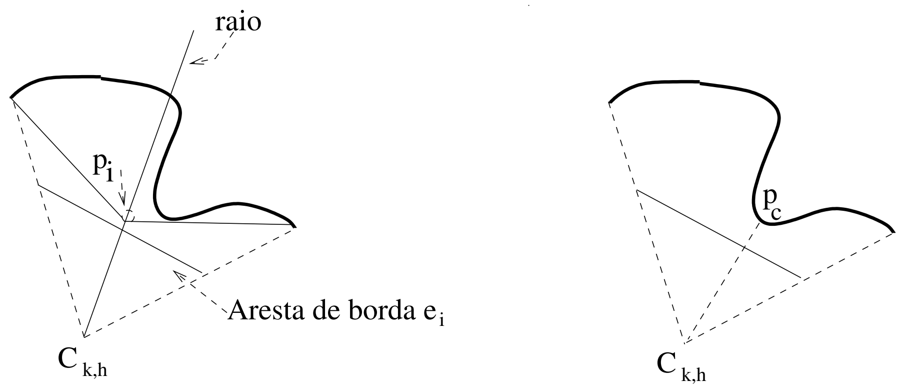


Figura 4.5: Melhor correspondente para um vértice de borda

4.2.4 Cirurgias topológicas

Quanto aos critérios de implementação adotados para determinar a "proximidade" das duas faces F_1 e F_2, foram estabelecidos dois seguintes critérios:

- Critério de paralelismo, para evitar autointerseção em decorrência do crescimento "frontal".

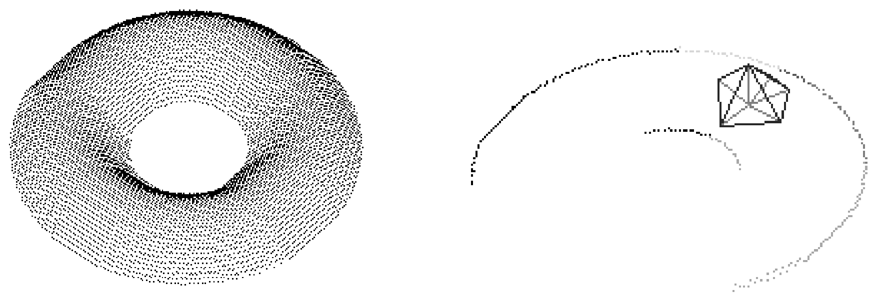
  Os vectores normais n_{F1} e n_{F2} são quase paralelos e opostos se $< \vec{n_{F1}}, \vec{n_{F2}} >> -0.87$.

- Critério de geometria mínima, para favorecer o crescimento, de dentro para fora, dos segmentos de borda associados às arestas de borda da costura.

  Sejam $e_i,\ i = 1, 2$, as *arestas-bordas* resultantes da costura topológica, determina-se os raios a partir do ponto interseção das quatro faces inativas e os vértices de e_i. Se esses raios não cruzarem as regiões de amostras inválidas, considera-se que este critério é satisfeito.

4.3 Um Exemplo Ilustrativo

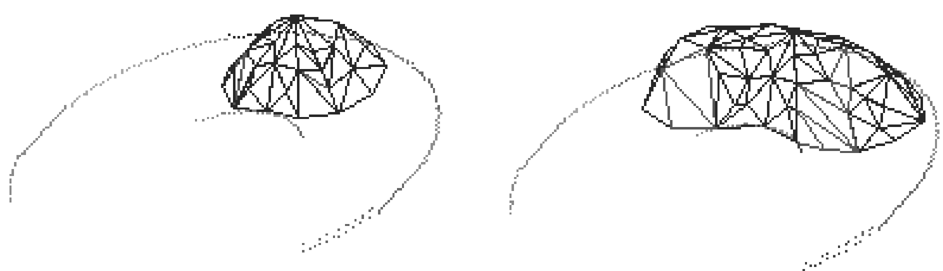
Nesta seção mostramos, passo a passo, a reconstrução a partir de uma imagem sintética com 9915 pontos de um toro (superfície com número de gênero igual a um, cujas amostras são apresentadas na Figura 4.6(a)) com o nosso algoritmo. Na Figura 4.6(b) mostramos a malha inicial fixada no primeiro centro radial estabelecido na região média entre duas bordas distintas. Note-se a rotulação parcial da borda. Isso porque consideramos apenas a região possível de ser reconstruída a partir desse centro radial.



(a) (b)

Figura 4.6: (a) Amostras de um toro (b) Malha inicial no centro de duas bordas distintas

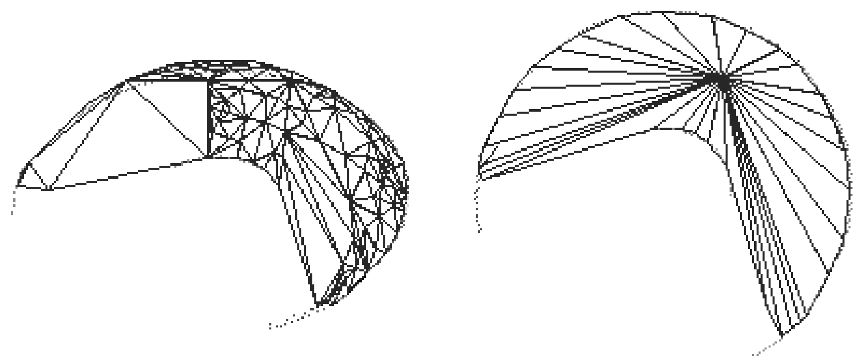
Na Figura 4.7 ilustra-se o processo crescimento-subdivisão do modelo com o primeiro centro radial estabelecido.



(a) (b)

Figura 4.7: Processo crescimento-subdivisão com o primeiro centro radial

Na Figura 4.8(a) podemos observar o modelo próximo dos limites estabelecidos pela rotulação. Vale mencionar que o modelo apenas aproxima os limites sem chegar a interpolá-los devido a dois fatores: (1) a determinação das faces como “paralelas”, quando ainda o seu vetor normal estiver maior ou igual a 30° graus em relação à direção radial, e (2) o ancoramento dos vértices pelo ancoramento dos seus vizinhos. Podemos observar também que dois conjuntos maximamente conexos de faces serão considerados com erro de reconstrução, cada um contendo uma *face-limite*. Mostra-se também na Figura 4.8(b) o



(a) (b)

Figura 4.8: (a) Modelo próximo aos limites da rotulação (b) Estado das *faces-base*

estado das *faces-base* ligadas a partir do primeiro *vértice-inativo*.

A Figura 4.9(a) mostra que, após desempilhar um conjunto maximamente conexo de faces com erro contendo uma *face-limite*, é feito o teste de proximidade com a sua face dual. Como o teste não passou, é gerado um novo centro radial atingindo novos pontos de borda desconsiderados na rotulação anterior.

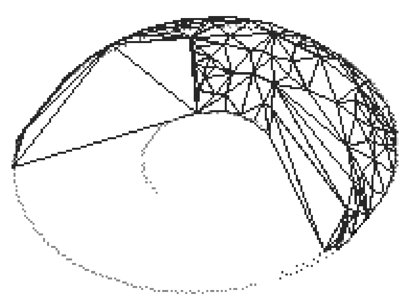
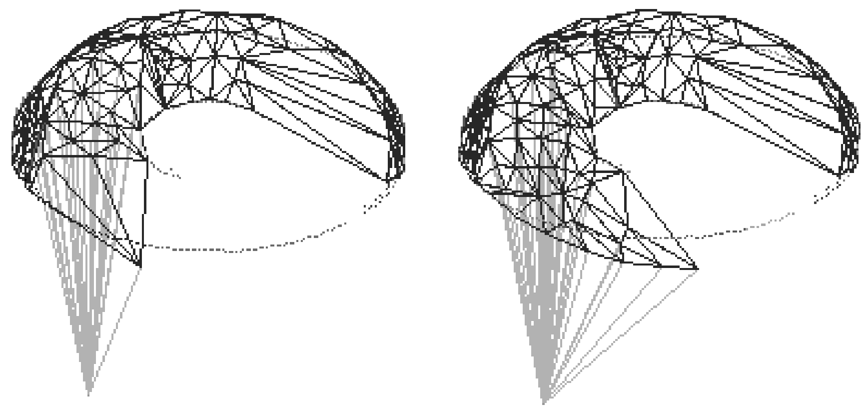


Figura 4.9: Rotulação a partir do novo centro radial

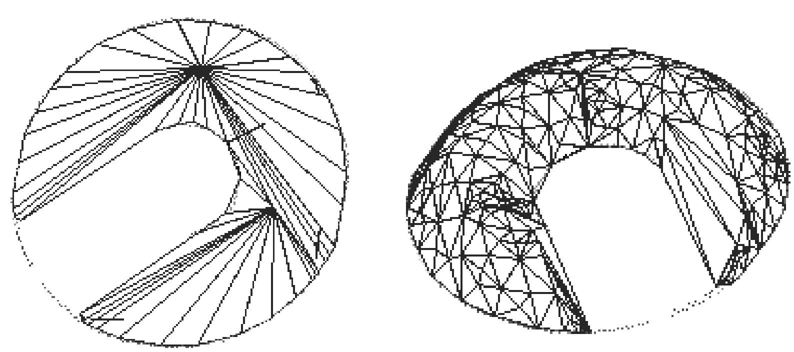
Já nas imagens da Figura 4.10, observamos o crescimento da malha na direção dos novos pontos rotulados, onde pode-se notar que o fato de determinar a coordenada ρ dos novos vértices inseridos nas *aresta-borda* em função de menores distâncias radiais ocasionou um deslocamento do modelo abaixo do plano que contém a borda. Contudo, esta situação não representa maiores problemas uma vez que tais vértices serão deslocados até seus correspondentes.



(a) (b)

Figura 4.10: Crescimento-Subdivisão após re-rotulação

A Figura 4.11(a) mostra a inserção do novo *vértice-inativo* para acomodar melhor a geometria da base do toro, que não é estrelada, enquanto a Figura 4.11(b) ilustra o modelo ancorado no limite estabelecido pela rotulação vista na Figura 4.9. Note as *faces-limite* que satisfazem o primeiro teste de proximidade mas não o segundo, determinando-se mais uma nova frente de crescimento.

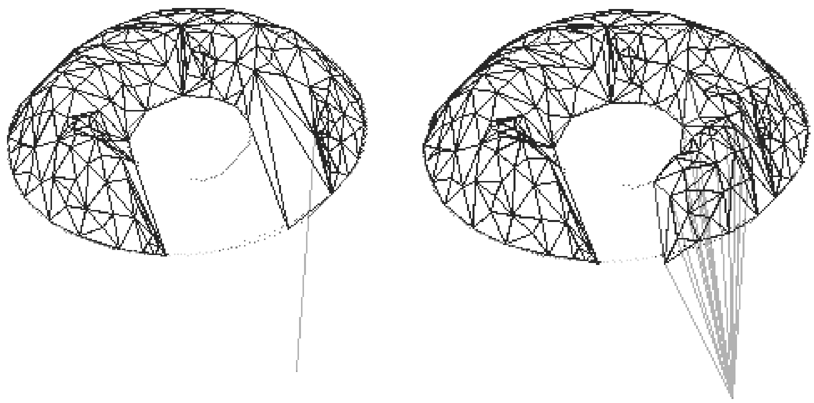


(a) (b)

Figura 4.11: (a) Estado das *faces-base* (b) Teste de "proximidade" das *faces-limite*

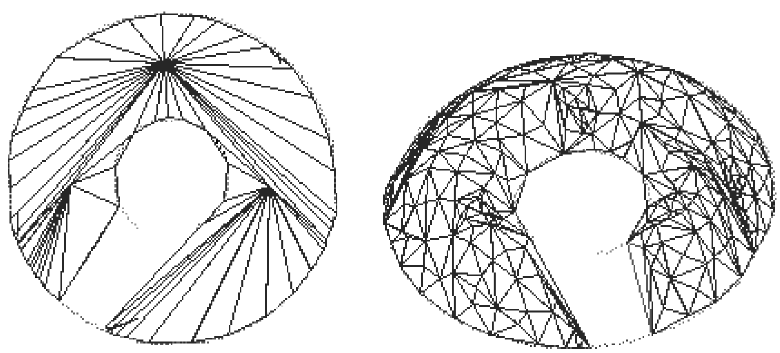
A partir desse novo centro radial realiza-se uma nova rotulação (Figura 4.12(a)) e o modelo cresce para atingir as novas regiões (Figura 4.12(b)).

A Figura 4.13(a) mostra o novo *vértice-inativo* inserido após a criação dessa nova frente e a Figura 4.13(b) apresenta a tal frente ancorada.



(a) (b)

Figura 4.12: (a) Novo centro radial (b) Crescimento do modelo a partir do novo centro

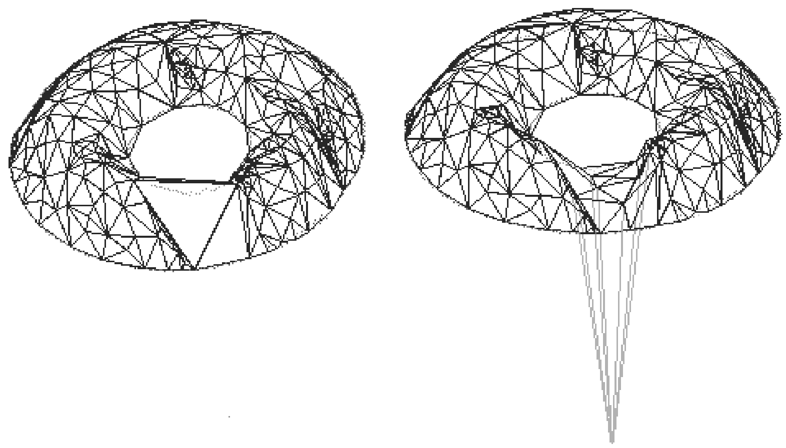


(a) (b)

Figura 4.13: (a) Novo *vértice-inativo* (b) Ancoramento da frente de crescimento

Após o ancoramento, são avaliados mais uma vez os critérios de proximidade das *faces-limite*, sendo desta vez satisfeitos. Isso possibilita a realização do "corte" e "costura" topológicos, para refletir no modelo o buraco contido na imagem (Figura 4.14(a)). Finalmente, após o ajuste geométrico do novo conjunto maximamente conexo de faces com erro (Figura 4.14(b)), obtemos o toro reconstruído (Figura 4.15).

E as imagens da Figura 4.16 mostram a malha reconstruída contendo 629 vértices, renderizada por Geomview [9].



(a) (b)

Figura 4.14: (a) Cirurgia topológica (b) Ajuste geométrico após cirurgia

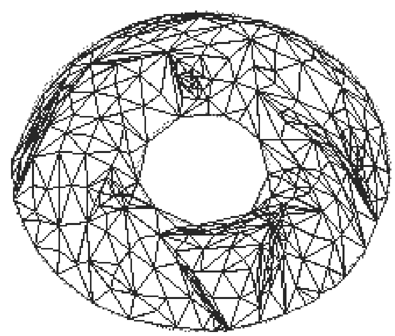


Figura 4.15: Toro reconstruído

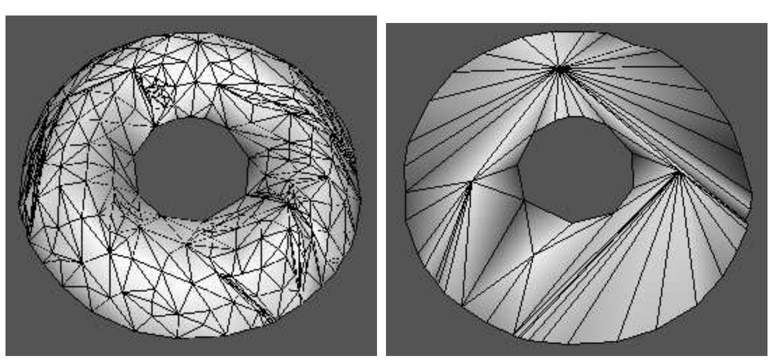


Figura 4.16: Malha final renderizada

4.4 Outros Resultados

Nesta seção apresentamos alguns resultados adicionais com o intuito de ilustrar o desempenho do nosso algoritmo RFM estendido na reconstrução tanto de imagens sintéticas quanto das imagens reais.

Na reconstrução de um bitoro considerou-se a imagem de profundidade sintética contendo 16071 amostras (Figura 4.17(a)).

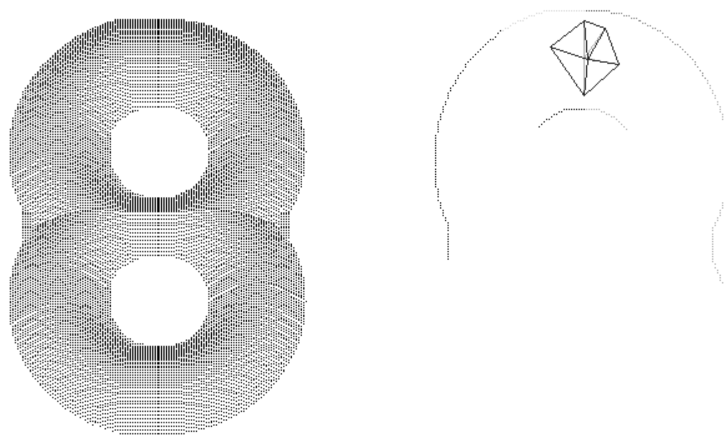
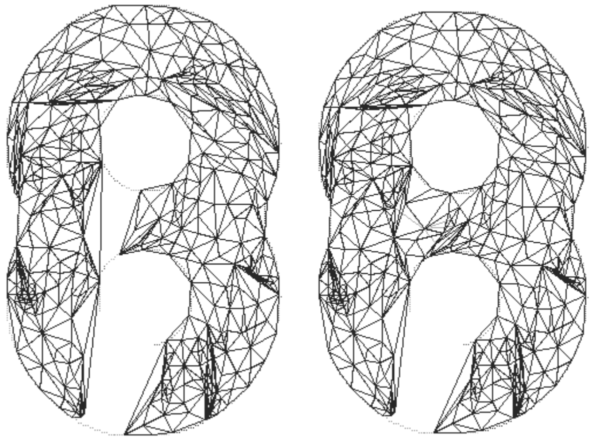


Figura 4.17: (a) Amostras de um bitoro (b) Primeiro centro radial

No estágio de crescimento mostrado na Figura 4.18(a) observamos duas *faces-limite* cujos vértices da sua *aresta-borda* associam pontos de bordas internas distintas b_1 e b_2. Apesar de que, neste exemplo, a procura da face dual através da borda b_1 ou através da borda b_2 levará à mesma face, em geral é importante considerarmos sempre a face dual mais próxima ao primeiro centro radial. Isso baseia-se no fato do modelo se estender de forma contínua a partir do primeiro centro radial. Na Figura 4.18(b) observa-se o modelo após uma cirurgia topológica, e na Figura 4.19 a malha final contendo 1354 vértices, com a topologia consistente com a da imagem.



(a) (b)

Figura 4.18: (a) Procura da face dual (b) Primeira cirurgia topológica

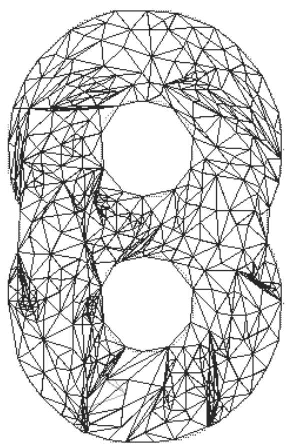


Figura 4.19: Bitoro reconstruído

E, finalmente, as imagens da Figura 4.20 mostram a malha renderizada por Geomview [9].

A capacidade de nosso algoritmo em realizar as cirurgias topológicas necessárias no modelo à medida que ele se deforma, para se ajustar à imagem de profundidade, foi testada ainda com um objeto mais complexo como o tritoro mostrado na Figura 4.21. Esta imagem foi gerada sintéticamente contendo 22312 pontos. O modelo reconstruído (Figura 4.22) possui apenas 1672 vértices.

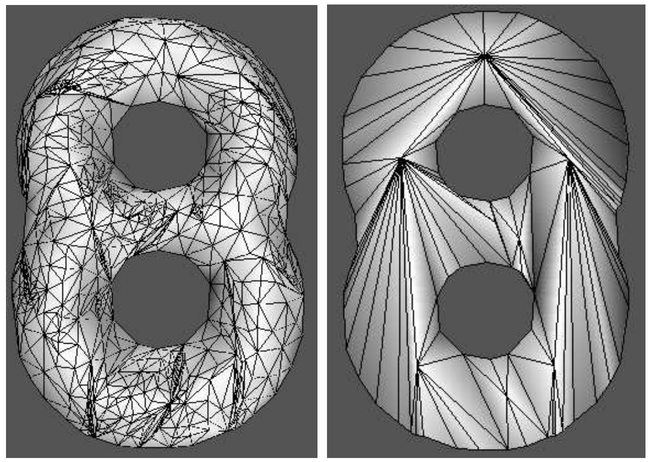


Figura 4.20: Malha final renderizada

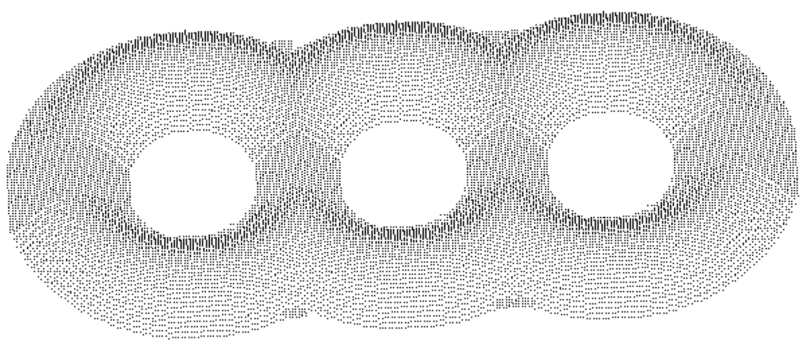


Figura 4.21: Imagem de um tritoro

Para testar nosso algoritmo com imagens que apresentam ruídos, reconstruímos a imagem real, "taperoll" (Figura 4.23(a)). Esta imagem contém 14127 amostras e foi obtida na base de dados de imagens de profundidade referenciada em [27]. Pode-se notar que o nosso algoritmo identificou a topologia desse objeto a partir da deteção correta da borda interna da sua imagem de profundidade e ajustou perfeitamente a topologia da malha. O modelo reconstruído apresentou 954 vértices (Figura 4.23(b)).

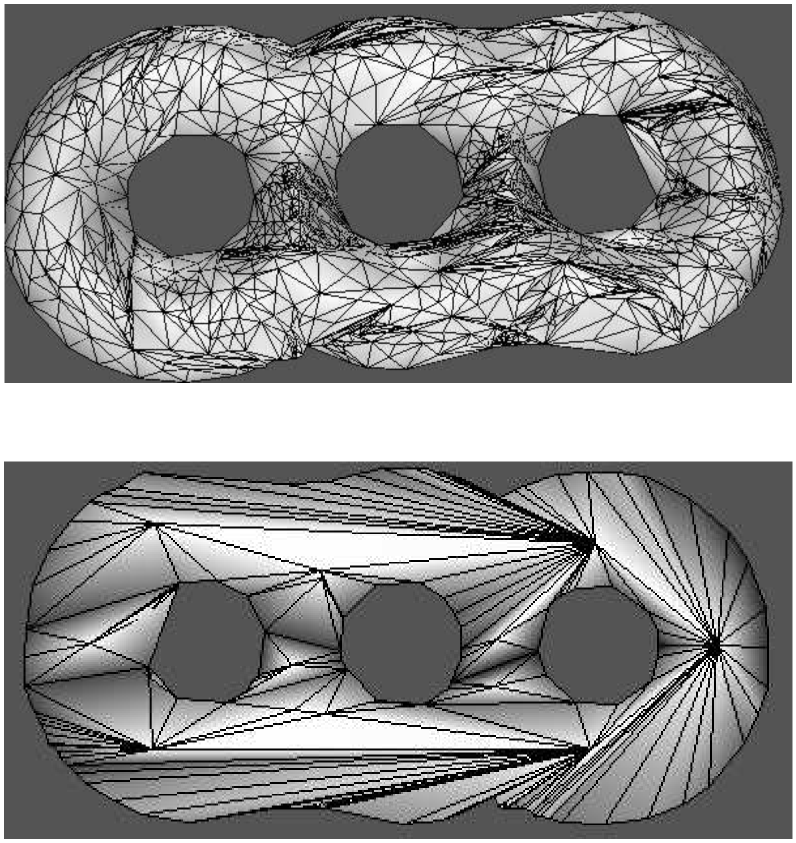
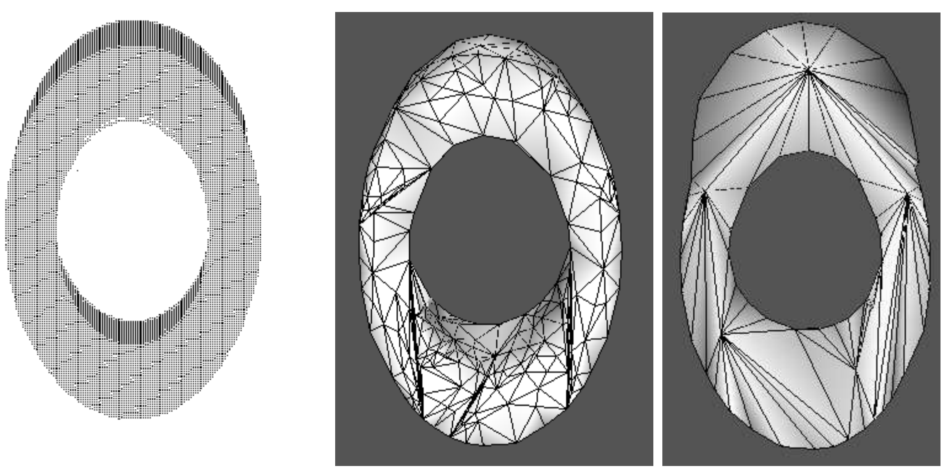


Figura 4.22: Reconstrução de um tritoro



(a) (b)

Figura 4.23: Reconstrução da (a) imagem real taperoll (b) num modelo 3D

A seguir, mostramos ainda resultados relacionados com a reconstrução de superfícies homeomorfas à esfera a partir de imagens com borda não estrelada. A Figura 4.24 mostra uma imagem de profundidade real com 21345 amostras, obtida na base de dados referenciada em [33]. A borda desta imagem apresenta um segmento de borda que não pode ser atingido pelo primeiro centro radial (Seção 4.2.2), fazendo-se necessária a criação de um novo centro radial para reconstruir esse detalhe (Figura 4.25).

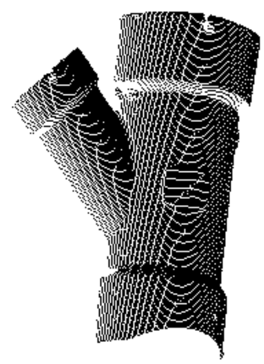


Figura 4.24: Imagem de uma conexão

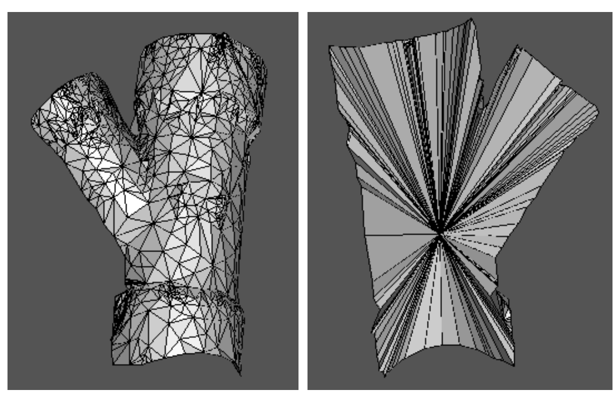


Figura 4.25: Reconstrução de uma conexão

Também utilizamos a imagem sintética "fone" com 3050 amostras (Figura 4.26) para ilustrar a capacidade de nosso algoritmo para reconstruir bordas não estreladas.

Note-se que a presença dos três *vértices-inativos* no modelo reconstruído (Figura 4.27) significa que os pontos de borda da imagem foram particionados em três regiões estreladas contendo cada uma um centro radial, para atingir de maneira não ambígua toda

Imagem profundidade	Dimensão (pontos)	Vértices	Faces	Iterações	Tempo CPU (seg.)
toro	128×128 (9915)	629	1258	312	83
bitoro	123×189 (16071)	1354	1913	457	191
tritoro	255×123 (22312)	1672	2355	636	289
taperoll	200×240 (14127)	954	1908	349	85
conexão	185×225 (21345)	1154	2547	512	298
fone	128×77 (3050)	530	1010	55	32

Tabela 4.1: Dados dos modelos testados

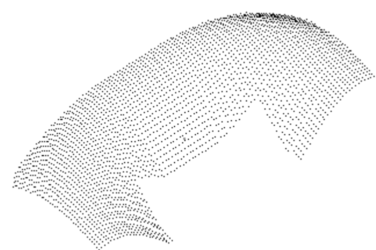


Figura 4.26: Imagem “fone”

a borda.

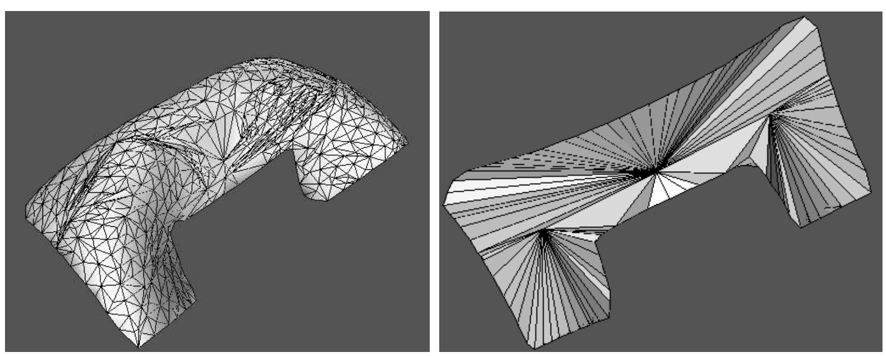


Figura 4.27: Reconstrução de uma imagem sintética com borda não estrelada

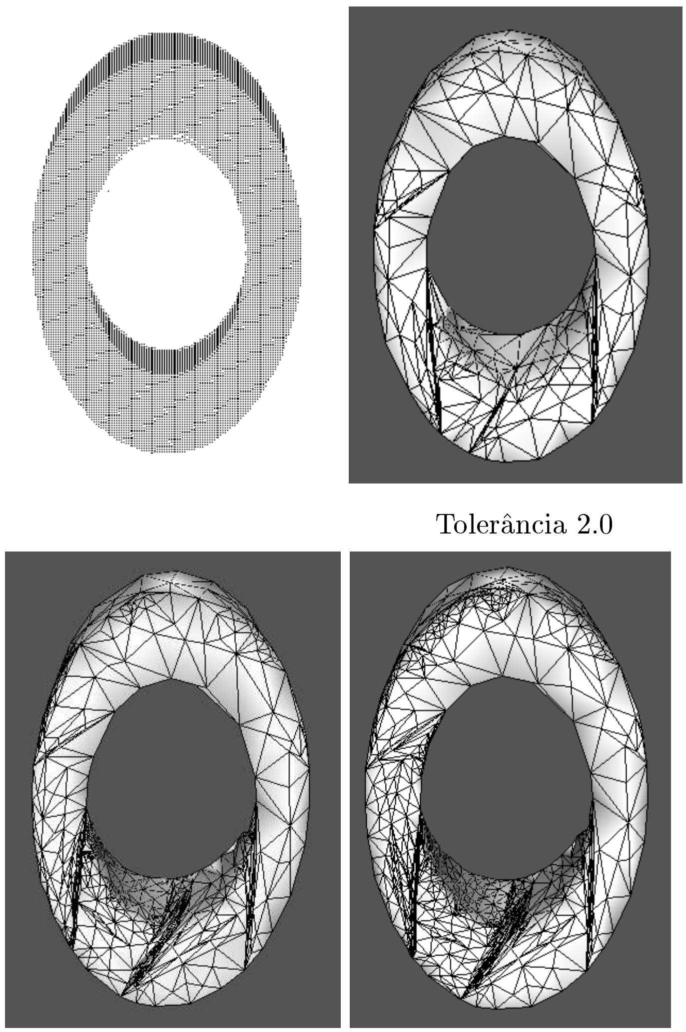
A Tabela 4.1, sintetiza os resultados obtidos com os experimentos nas imagens mencionadas, considerando uma tolerância igual a 2.0. Note-se que esta informação inclui o tempo de CPU, medido de forma bastante grosseira nas estações SUN-SPARC Ultra 60, para ilustrar a complexidade do nosso algoritmo em função da geometria do modelo a ser reconstruído.

Para esta tolerância de erro, a borda de descontinuidade de orientação do “taperoll” não foi reconstruída com exatidão (Figura 4.23(b)). A Figura 4.28 mostra, porém,

Tolerância	Tempo (seg.)
2.0	85
1.5	205
1.0	280

Tabela 4.2: Relação tempo processamento e tolerância de erro

que com a diminuição da tolerância de erro, possibilita-se um melhor ajuste das bordas de descontinuidade de orientação. Por outro lado o tempo de CPU requerido aumenta (Tabela 4.2).



Tolerância 2.0

Tolerância 1.5 Tolerância 1.0

Figura 4.28: Suavização das quinas determinada pela tolerância de erro

Capítulo 5

Conclusões

Este trabalho procurou estender o domínio de aplicação do RFM para reconstruir superfícies de gênero maior que zero a partir de uma imagem de profundidade não registrada. Para isso foi necessário

- estender a estratégia de reconstrução para considerar bordas com configuração não estrelada,
- estimar a topologia da superfície a ser reconstruída, e
- refletir a topologia estimada na malha inicial, homeomorfa à esfera.

O nosso algoritmo gera iterativamente, a partir de um decaedro, uma sequência de malhas que convergem para os pontos amostrados na imagem de profundidade. Durante o crescimento a malha inicial, não somente se ajusta à geometria amostrada nos dados, mas também se adapta à topologia do objeto através das informações topológicas contidas na imagem.

Resumindo, além das características já apresentadas pelo algoritmo RFM [5], tais como simplicidade, geração de malhas adaptativas à geometria de S a partir de um modelo inicial fixo, e fechamento da malha, o algoritmo estendido apresenta os seguintes principais pontos fortes:

- simplicidade na deteção da informação topológica na imagem, e
- realização dinâmica das mudanças topológicas na malha

O maior problema apresentado pelo nosso algoritmo é a irregularidade em algumas regiões da malha decorrentes da aparição de faces paralelas (Figura 5.1).

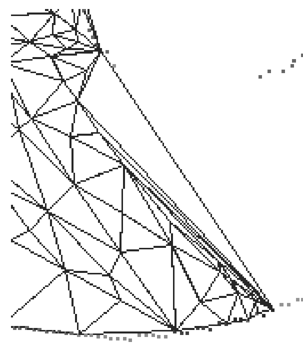


Figura 5.1: Propagação de faces paralelas gerando irregularidade na malha

A falta de um adequado controle de "faces paralelas" ocasiona uma notável irregularidade em algumas regiões das malhas reconstruídas, evidenciada através de faces longas e muito finas. Essas faces, como já foi dito, são geradas inevitavelmente quando a geometria da superfície a ser reconstruída apresenta um formato não estrelado. Elas acompanham o crescimento do modelo sem subdividir, aumentando sem controle o comprimento das suas arestas e ocasionando faces adjacentes a elas também longas e finas. A Figura 5.1 mostra um detalhe da imagem da Figura 4.12(a), onde pode-se observar uma face paralela a partir da qual derivaram várias faces muito finas adjacentes a elas.

Para encerrar, sugerimos os seguintes trabalhos futuros

1. Faces paralelas

   Prover um mecanismo de controle do crescimento destas faces. Uma sugestão seria a estratégia de tensão exercida não apenas pelos vértices vizinhos ancorados, mas também pelo comprimento das arestas adjacentes ao vértice. Desta maneira pode-se restringir e/ou até interromper o crescimento destas faces (ancoramento adaptativo) evitando as distorções mencionadas. Outra alternativa viável seria a realização de um pós-processamento na malha para eliminar as irregularidades.

2. Integração dinâmica de outras imagens de profundidade para gerar um modelo 3D completo

   A informação de uma única imagem de profundidade além de fornecer apenas informação parcial da geometria do objeto de interesse, também pode não refletir a topologia real do objeto. Para isso conforme sugerido por [5] deve-se permitir adaptações incrementais usando o modelo parcialmente reconstruído como malha inicial do processo de reconstrução de uma nova vista (Figura 5.2), gerando desta maneira um modelo 3D completo.

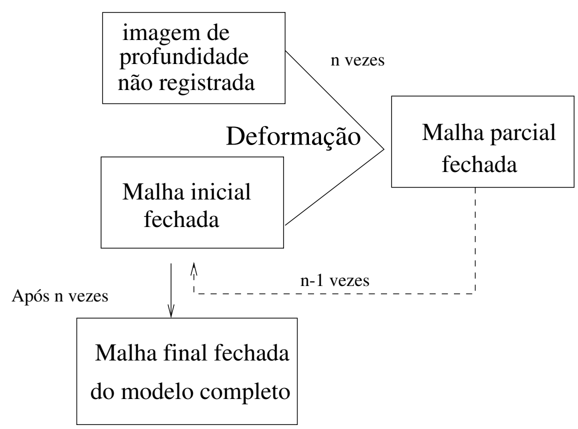


Figura 5.2: Estratégia de reconstrução de um modelo 3D completo

3. Determinação dos primeiros centros radiais

   A estimativa de $C_{0,1}$ pode ser aprimorada através da determinação de um ponto melhor centralizado na imagem. Isso poderia ser feito através da determinação do esqueleto da imagem.

4. Ajuste das faces à curvatura da sua região correspondente

   Prover um mecanismo de ajuste das faces à sua região adjacente através da subdivisão da face quando o seu erro em relação a alguns pontos da sua região for zero, ou, de forma análoga à estratégia usada na Subseção 4.28, mediante a procura de um apropriado ponto correspondente.

Referências Bibliográficas

[1] O.R.P. Bellon. *Imagens de Profundidade: Segmentação e Representação por superfícies Planares.* Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil, 1997.

[2] J. Bloomenthal and P. Ning. An evaluation of implicit surface tilers. *Computer Graphics and Applications*, 45, 1993.

[3] Y. Chen and G. Medioni. Description of complex objects from multiple range images using an inflating balloon model. *Computer Vision and Image Understanding*, 61, pp. 325-334(3), 1995.

[4] B. Curless and M. Levoy. A volumetric method for building complex models from range images. In *Computer Graphics Proceedings, pp. 303-312*, New Orleans, Louisiana, Agosto 1996. SIBGRAPH 96.

[5] R.M. da Silva. *Reconstrução de um Modelo 3D a partir de Imagens de profundidade usando modelos deformáveis.* Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil, 1999.

[6] R.C.Gonzalez e R.E.Woods. *Digital Image Processing.* Addison-Wesley, terceira edição, 1992.

[7] Mercedes Gonzales e Wu Shin-Ting. On reconstructing surfaces with genus greater than zero from range images (poster). *IEEE Proceedings SIBGRAPI'00, pp.353*, 2000.

[8] A.V. Gelder and J. Wilhems. Topological considerations in isosurface generation. *ACM Transactions on Graphics*, 13(4):337–375, 1994.

[9] Geomview. http://www.geom.umn.edu/software/ download/geomview.html.

[10] J.M. Gomes and L. Velho. *Image Processing for Computer Graphics.* Springer-Verlag, New York-USA, 1997.

[11] J.C. Hart. Morse theory for computer graphics. Technical Report EECS-97-002, Washington State University, 1997. Também em: SIGGRAPH'97 Course #14 Notes "New Frontiers in Modeling and Texturing".

[12] A. Hoover. *The Space Envelope Representation for 3D Scenes.* PhD thesis, University of South Florida, http://marathon.csee.usf.edu/ hoover, 1994.

[13] H. Hoppe, T. DeRose, T. Duchamp, J. McDonald, and W. Stuetzle. Surface reconstruction from unorganized points. In *ACM Computer Graphics*, Chicago, Julho 1992. SIBGRAPH 92, pp. 71-78.

[14] E.L. Lima. Introdução a teoria de morse. *Anais do segundo Colóquio Brasileiro de Matemática*, volume 1, pp. 99 – 124, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, RJ, 1958.

[15] E.L. Lima. Introdução à topologia diferencial. In *Notas de Matemática*, volume 21. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, RJ, 1961.

[16] E.L. Lima. *Curso de Análise*, volume 2, terceira edição. Instituto de Matemática Pura e Aplicada - Projeto Euclides, Rio de Janeiro, RJ, 1989.

[17] W.E. Lorensen and H.E. Cline. Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm. *ACM Computer Graphics*, 21(4):163–169, Julho 1987.

[18] W.S. Massey. *Algebraic Topology - An Introduction.* Springer - Verlag, New York, 1967.

[19] Eric weissteins's world of mathematics. http://mathworld.wolfram.com/.

[20] Mesa. http://mesa3d.sourceforge.net/.

[21] J. Milnor. *Morse Theory.* Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1963.

[22] B.K. Natarajan. On generating topologically consistent isosurfaces from uniform samples. *The Visual Computer*, 11:52–62, 1994.

[23] J. Neider, T. Davis, and M. Woo. *OpenGL Programming Guide.* Addison-Wesley Publisshing Company, New York, USA, 1996.

[24] A.W. Paeth, editor. *Graphics Gems V.* Academic Press, Inc., Palo Alto, California, 1995.

[25] Usf range image database. http://marathon.csee.usf.edu/range/DataBase.html.

[26] W. Rudin. *Principles of Mathematical Analysis*. McGraw-Hill Kogakusha, Ltd, Japão, terceira edição, 1964.

[27] Isolated range images. http://sampl.eng.ohio-state.edu/sampl/data/3DDB/RID/MSU/Isolated.

[28] A. Sappa. *Automatic generator of 3D geometric model from Range Images*. Tese de Doutorado, Universidade de Catalunha, Catalunha, Barcelona, Espanha, 1999.

[29] Wu Shin-Ting. TDM - módulo de dados topológico. http://www.dca.fee.unicamp.br/ ting/tdm.

[30] Wu Shin-Ting. Non-manifold data models: Implementational issues. In *Proceedings of MICAD'92*, Paris, França pp.38-56, 1992.

[31] B.T. Stander and J.C. Hart. Guaranteeing the topology of an implicit surface polygonization for interactive modeling. Technical report, Washington State University, 1997.

[32] G. Turk and M. Levoy. Zippered polygon meshes from range images. In *Computer Graphics Proceedings*, pp. 311-318. Orlando, Florida, Julho 1994. SIBGRAPH 94.

[33] OSU (MSU/WSU) range database. test images. computer vision homepage. http://www.cs.cmu.edu/ afs/cs/project/cil/ftp/html/vision.html.

[34] R.da Silva W. Shin-Ting and M.Gonzales. Reconstructing a 3d model from an unregistered range image. *Proceedings of the International Conference on Imaging Science, Systems and Technology*, I, pp. 297-303, 2000.