Universidade Estadual de Campinas

Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação

Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial

Um Modelo de Deformações para Superfícies: Análise e Simulações

Autor: **Paulo F. de Santa Clara Ramos Jr.**

Orientadora: **Profa. Dr-Ing. Wu, Shin-Ting**

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas, para preenchimento dos pré-requisitos parciais para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

26 de Maio de 1998

Agradecimentos

Agradeço a Deus, a Força que está dentro de mim e ao meu redor, que me dá flexibilidade para transpor obstáculos e me leva aonde eu quero alcançar.

Agradeço a meus pais, Paulo e Eliane, a quem dedico este trabalho, pela ajuda indescritível que recebi, em diversos aspectos e incondicionalmente. Também aos outros membros de minha família. As pessoas que, através de constantes reafirmações de amor e dedicação, me fizeram capaz de transformar a energia de meus sentimentos em força motriz para a realização dos exercícios propostos a mim no decorrer deste período. Um aprendizado não apenas no espaço acadêmico, mas envolvendo também todas as outras componentes que estruturam minha vida.

Aos meus Professores, os quais tenho realmente como amigos.

Leo Pini, pela maneira como me acolheu e me encaminhou na fase difícil que foi o início deste trabalho;

Ting, por todo o trabalho de orientação, pelas sugestões, pela dedicação e antenção que teve por mim;

Sueli, pelo apoio como co-orientadora e pela força que me deu para seguir adiante;

Márcio e Stolfi, por terem contribuído com suas sugestões enriquecedoras e comentários sempre construtivos.

Aos funcionários que me prestaram seu auxílio, trabalhando com seriedade e ao mesmo tempo simpatia.

Finalmente, em especial, agradeço aos meus colegas, os amigos que participaram mais intensamente desta etapa de minha vida. Nas comemorações, em desabafos, no trabalho, nas horas de diversão, em problemas e soluções, em todos os instantes. Dentre os muitos amigos que tive a sorte de encontrar aqui, existem os que me compreenderam melhor, me apoiaram e contribuiram de modo mais marcante e positivo na realização de minhas tarefas. Estes poderão sentir mais verdadeiramente a energia de meus agradecimentos, e que toda esta energia ressonante nos mantenha vibrando juntos, a cada vitória que formos alcançando.

"...brittle things would break before they turn."

-Andrew Eldrich

Resumo

Esta dissertação trata da análise de um modelo baseado em princípios físicos, proposto por Terzopoulos *et al.*, para gerar superfícies elasticamente deformáveis. Com equações que unificam as descrições de forma e movimento, o modelo viabiliza a animação automática de corpos relativamente complexos, com bastante realismo e a um custo computacional razoável. Apesar destas vantagens terem conquistado a atenção da comunidade, impulsionando vários trabalhos subseqüentes, alguns aspectos ainda não foram abordados.

Embutidos nas equações que regem o movimento da superfície, encontram-se os parâmetros de controle da elasticidade, que por sua vez, são definidos por meio de elementos da Geometria Diferencial, usados para medir variações de alongamento e curvatura a partir de valores iniciais de repouso. Para a controlabilidade do modelo, um tópico essencial, não discutido anteriormente, consiste na interdependência existente entre alongamento e curvatura e a relação destes efeitos com o nível de realismo alcançado nas simulações.

Recorrendo aos conceitos da Geometria Diferencial, buscou-se um melhor entendimento do modelo e elaborou-se uma proposta para a escolha de valores aos parâmetros, tentando explorar a versatilidade e o caráter intuitivo. Adicionalmente, foram desenvolvidas técnicas para analisar os resultados obtidos nas simulações.

Com os estudos realizados, foi possível conhecer a potencialidade e a flexibilidade do modelo e proporcionar novas perspectivas para a síntese de imagens que envolvam objetos deformáveis como uma peça de tecido ou uma folha de papel.

Abstract

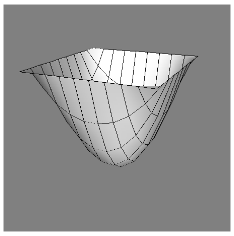
This work concerns the analysis of a physically-based model proposed by Terzopoulos *et al.* for generating elastically deformable surfaces. With equations that unify the descriptions of shape and motion, the model is suitable for automatic animation of relatively complex objects, providing some realistic effects at a reasonable computational cost. Although those advantages have caught the atention of the modeling community, motivating many other subsequent works, some aspects were not yet approached.

Inside the equations that govern the surface's motion, there are elasticity control parameters which are defined upon concepts from Differential Geometry used to measure stretching and bending variations from an initial rest state. An essential issue on the model's controlability that was not discussed before lays on the non-independency between stretching and bending and how these two effects are related to the level of realism attained in simulations.

A closer look into those Differential Geometry concepts allowed a better understanding of the model. A proposal for the choice of parameters values was then elaborated, trying to explore versatility and the intuitive character. Furthermore, some technics were developed in order to analyze the results obtained from simulations.

From those studies it was possible to know the model's power and flexibility, providing new perspectives in the synthesis of images involving non-rigid objects like a piece of cloth or a paper sheet.

Sumário



Capítulo 1

Introdução

O desenvolvimento de técnicas para a criação e manipulação de superfícies não-rígidas constitui-se em um importante tópico de estudo na área de Modelagem Geométrica. Estas superfícies podem ser usadas para enriquecer cenas sintetizadas por computador (*e.g.*: incluindo peças de vestuário) ou mesmo para facilitar a geração de filmes contendo animações de objetos deformáveis. O trabalho apresentado nesta dissertação trata da análise de um modelo para geração de tais superfícies. Neste capítulo introdutório encontra-se uma descrição do trabalho, precedida de alguns outros tópicos para melhor situá-lo.

1.1 Conceitos preliminares

1.1.1 Superfícies não-rígidas

São consideradas como *rígidas* aquelas superfícies para as quais a distância entre seus pontos não varia com o decorrer do tempo. No caso contrário, as superfícies são denominadas *não-rígidas* ou *deformáveis*. No contexto de Computação Gráfica, as técnicas empregadas para se alterar a forma geométrica de superfícies são divididas em basicamente dois paradigmas:

Técnicas puramente geométricas: São aquelas onde interage-se diretamente com os parâmetros do modelo geométrico, tais como pontos de controle, para modificar a geometria da superfície. Para gerar formas mais complexas, Sederberg e Perry [27] propuseram uma metodologia mais intuitiva. Esta consiste na definição de um espaço de imersão, de geometria mais simples, através do qual o objeto pode ser deformado. Ao invés de atuar nos parâmetros geométricos do objeto, que muitas vezes são implícitos, atua-se em entidades geométricas deste espaço de imersão (*e.g.*: eixos ou malhas de deformação) e o objeto então acompanha as deformações. Associada a uma boa realimentação visual, esta técnica é comumente utilizada na modelagem de objetos "esculturais estáticos". Sua flexibilidade e caráter intuitivo motivaram a elaboração de outros trabalhos mais sofisticados [5, 6]. Uma boa revisão bibliográfica incluindo comparações entre vários destes métodos foi feita por Bechmann [1].

Técnicas fisicamente embasadas: Nestas técnicas, o comportamento do objeto é regido por princípios físicos embutidos nas equações do modelo. O objeto é usualmente modelado como sendo um reticulado de partículas e sua forma é alterada através das leis da Mecânica aplicadas a estas partículas. Quando o modelo físico elaborado é suficientemente completo, os resultados obtidos podem mostrar-se bastante realistas [17]. Estas técnicas permitem também a geração controlada de seqüências de formas com variações graduais, apropriadas para o emprego em animações. Diferentemente das aplicações na área de Engenharia e Física, cujo principal objetivo é a simulação de fenômenos físicos, em Computação Gráfica, a ênfase encontra-se na aparência das imagens sintetizadas. Todos os artifícios que possam levar aos resultados visuais desejados são válidos. Tal filosofia tem motivado uma série de trabalhos na Comunidade de Computação Gráfica, pois esta flexibilidade abre espaço para o uso da criatividade. O desafio consiste em se procurar de diversas maneiras modificar os modelos físicos de modo a reduzir o custo computacional requerido para a geração de imagens com o realismo almejado. Entre os trabalhos desta categoria pode-se citar [7, 31, 25, 24, 34, 4, 30, 14]. Estes trabalhos se diferem basicamente na maneira como foram feitas as simplificações.

1.1.2 Animação por computador

Existe uma variedade de maneiras de se gerar uma seqüência de imagens para uma animação. Cada técnica apresenta suas próprias vantagens que, dependendo da aplicação, podem ser as mais atraentes. Embora haja sempre um compromisso entre as vantagens, geralmente, procura-se mais realismo, menor custo computacional e um controle simples e efetivo. Levando em conta estes aspectos, pode-se dividir as técnicas de animação por computador em duas classes:

Animação cinemática: As animações cinemáticas, caracterizam-se por atores de comportamento passivo, que obedecem a trajetórias e comandos prescritos. Os quadros da animação são gerados com uma maior interferência por parte do animador. Isto possibilita um maior controle do movimento dos atores. Entretanto, requer do animador habilidade e experiência para realizar este controle de modo a obter efeitos realistas em cenas envolvendo objetos mais complexos. Uma das técnicas de animação cinemática é a animação procedural, onde o comportamento dos objetos é ditado por procedimentos que especificam através de fórmulas ou algoritmos as suas atividades.

Animação dinâmica: Seguindo o paradigma das técnicas de modelagem fisicamente embasadas, neste tipo de animação, os atores são ativos e seus comportamentos são regidos tomando como base as leis da física. Eles agem de acordo com propriedades de sua natureza, como a massa e a elasticidade, e reagem a forças externas aplicadas, a restrições de movimento e ao meio no qual estão imersos. Naturalmente, efeitos mais próximos dos que se verificam no mundo real podem ser produzidos e cenas mais complexas envolvendo interações entre os atores podem ser elaboradas. O alto grau de realismo obtido com animações dinâmicas tem encorajado maiores pesquisas na área, muito embora o alto custo de modelos muito complexos restrinja suas aplicações.

1.2 Descrição do trabalho

O trabalho apresentado nesta dissertação se refere à análise detalhada de um modelo fisicamente embasado para gerar animações automáticas de superfícies não-rígidas. O modelo analisado é aquele proposto por Terzopoulos *et al.* [7] para a geração de efeitos de elasticidade empregando conceitos de métrica e curvatura, provenientes da Geometria Diferencial. Trata-se de um modelo bastante flexível, que permite simular com bom realismo e a um custo razoável o comportamento de deformação de diversos tipos de materiais. Esta flexibilidade provém da quantidade de parâmetros a serem ajustados e das várias estratégias que podem ser adotadas para se conseguir os efeitos procurados.

Por outro lado, a mesma flexibilidade, às vezes, contribui para que a controlabilidade do modelo não seja uma tarefa simples. Embutidos nas equações que regem o movimento da superfície, encontram-se os parâmetros de controle da deformabilidade, que por sua vez, são definidos por meio de elementos da Geometria Diferencial usados para medir variações de alongamento e curvatura a partir de valores iniciais de repouso. Um processo empírico para a escolha de valores adequados aos parâmetros pode apresentar uma inconveniência: A interdependência, ou acoplamento, existente entre estes efeitos de alongamento e curvatura. Este acoplamento, embora não considerado no trabalho de Terzopoulos, é um dos fatores que pode conduzir à geração de superfícies não-verossímeis, como se pode constatar em vários casos. Sendo a controlabilidade do modelo um ponto crucial em sistemas de animação, surge com ela a principal motivação para o desenvolvimento do trabalho descrito nesta dissertação.

Dentre os objetivos almejados, procura-se uma melhor compreensão dos efeitos de cada parâmetro e a elaboração de algum método para indicar valores adequados aos mesmos, de forma a se evitar casos de instabilidade numérica e atingir mais facilmente resultados realistas. Quanto ao nível de realismo das imagens obtidas, a maneira mais natural de avaliá-lo seria por meio de uma simples inspeção visual. Contudo, em certos casos, tal procedimento é impreciso, uma vez que decidir sobre a aparência de uma forma geométrica é um processo muito subjetivo. Deste modo, busca-se novamente o auxílio de ferramentas da Geometria Diferencial para tentar se encontrar uma maneira mais consistente de avaliar, ou ao menos, detectar quando os efeitos produzidos por uma dada combinação daqueles parâmetros são compatíveis com os encontrados no mundo real. Alguns testes foram elaborados.

Explorando as características fortemente geométricas dos parâmetros de deformabilidade espera-se obter superfícies que mimetizem o comportamento de materiais interessantes para composição de cenas de animação. Em particular, uma faixa de valores que permitisse superfícies com bastante resistência ao alongamento e pouca resistência à curvatura possibilitaria simular a dinâmica de objetos bastante interessantes, como uma peça de tecido ou uma folha de papel.

1.3 Trabalhos anteriores

Relacionados ao modelo proposto por Terzopoulos [7], outros modelos fisicamente embasados envolvendo deformações elásticas foram publicados [31, 32, 24]. A grande contribuição do trabalho de Terzopoulos foi a adoção de uma função para calcular a energia interna de deformação acumulada na superfície, cujo valor é calculado a partir de variações na métrica e curvatura, com relação a um estado de repouso.

Em geral, os modelos funcionam com discretizações dos corpos deformáveis. Trabalha-se com um conjunto de pontos e a cada um deles é atribuída uma massa, supondo-se haver também um amortecimento. Os pontos são vistos como se estivessem interligados por pequenas molas. Com isto, simula-se as forças internas provenientes das deformações. Porém, o cálculo de forças como aquelas geradas por variação de curvatura requeriam alguma forma mais apropriada de serem avaliadas. Uma maneira de tornar o modelo mais realista foi através do uso da função de energia, como fez então Terzopoulos. Aspectos delicados neste tipo de modelagem são a definição e a implementação da equação que expressa a energia interna mínima proveniente das deformações.

Terzopoulos e Fleischer [31] lançaram posteriormente um modelo mais completo que o original, incluindo efeitos como a plasticidade e a fratura. Carignan *et al.* [20] propuseram uma variante de [7], na qual a energia dissipativa é também dada em função dos parâmetros geométricos e um conjunto de fórmulas para determinar os valores dos parâmetros do modelo. Juntamente com uma formulação para o tratamento de auto-colisões [2], conseguiram sintetizar imagens de “vestuários animados” bastante realistas, contudo, a um maior custo computacional.

Com relação à implementação, técnicas de diferenças finitas foram inicialmente usadas para se calcular as equações de energia. Platt e Barr [25] usaram posteriormente elementos finitos, uma generalização da técnica de diferenças, que foi também usada em outros trabalhos como em [17].

Para um melhor controle do movimento dos corpos não-rígidos, o estudo de restrições é bastante relevante. Dentre os trabalhos encontrados nesta área podem ser citados [25, 33, 19]. Mais recentemente, Horta e Wu [9] trabalharam em uma implementação do modelo original de Terzopoulos, na qual foi dada uma contribuição ao tratamento de restrições, descontinuidades e colisões.

Continuando a busca por uma melhor controlabilidade do modelo de Terzopoulos, a implementação descrita em [9] é analisada neste trabalho, onde se examina mais a fundo o papel de cada parâmetro do modelo, a interdependência entre os efeitos de deformação e sua influência no nível de realismo das imagens obtidas. Estas considerações não foram levadas em conta nos trabalhos mencionados acima.

1.4 Organização da dissertação

Esta dissertação está estruturada da seguinte maneira:

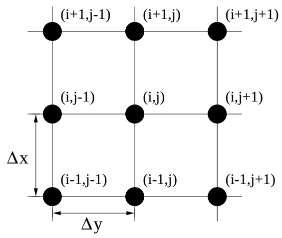
No capítulo 2, são encontradas algumas noções básicas da Geometria Diferencial e da teoria de superfícies, necessárias para se entender o funcionamento do modelo e a análise realizada. Serão comentados também aspectos relacionados à implementação.

No capítulo 3, desenvolve-se a análise do modelo no que diz respeito à controlabilidade. O efeito de cada um dos parâmetros é analisado e ilustrado através de imagens obtidas das animações. A questão da compatibilidade necessária entre os parâmetros de deformabilidade para alongamento e curvatura é abordada. Propõe-se uma metodologia para escolha dos parâmetros visando obter resultados com aparência realista.

No capítulo 4, são apresentados dois procedimentos, também chamados de *testes*, elaborados com o intuito de servirem como ferramentas auxiliares na decisão sobre o nível de realismo das superfícies.

O capítulo 5 ilustra resultados de simulações obtidos a partir das técnicas desenvolvidas, dando uma idéia da potencialidade do modelo e de outras perspectivas que podem ainda ser exploradas.

Por fim, no capítulo 6 encontram-se as conclusões alcançadas com este estudo, sendo apresentadas também perspectivas para futuros aperfeiçoamentos e aplicações.



Capítulo 2

Fundamentação Teórica

2.1 Noções básicas

Nesta seção, serão apresentados alguns conceitos básicos e ferramentas da Matemática necessárias à compreensão do funcionamento do modelo de elasticidade estudado.

2.1.1 Tensor métrico

Para um ponto P qualquer pertencente a um objeto no espaço Euclidiano tri-dimensional, denotamos o seu vetor posição por $\vec{\mathbf{r}}(x, y, z)$. Suas coordenadas podem ser associadas a um conjunto único de coordenadas $\vec{\mathbf{a}} = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$ através das seguintes funções:

$$\begin{aligned} x &= x(\vec{\mathbf{a}}) = x(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n) \\ y &= y(\vec{\mathbf{a}}) = y(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n) \\ z &= z(\vec{\mathbf{a}}) = z(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n). \end{aligned} \tag{2.1}$$

As coordenadas $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n)$ são denominadas *coordenadas curvilíneas* de P. O valor n corresponde à dimensão do objeto ao qual o ponto pertence, no espaço 3D. Por exemplo, para $n = 1$ o objeto é uma curva, para $n = 2$, uma superfície e $n = 3$, um corpo sólido no espaço 3D.

Para o caso de superfícies, temos então que

$$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}(\vec{\mathbf{a}}) = \vec{\mathbf{r}}(a_1, a_2) \tag{2.2}$$

e assim:

$$d\vec{\mathbf{r}} = \frac{\partial \vec{\mathbf{r}}}{\partial a_1} da_1 + \frac{\partial \vec{\mathbf{r}}}{\partial a_2} da_2. \tag{2.3}$$

Adotando a notação genérica para derivação parcial

$$S_u = \frac{\partial S}{\partial u}, \tag{2.4}$$

e a notação $\cdot$ para a operação produto escalar, o quadrado do comprimento de arco, em coordenadas curvilíneas, pode ser expresso a partir de

$$|dl|^2 = d\vec{\mathbf{r}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}_{a_1}^2 da_1^2 + 2\vec{\mathbf{r}}_{a_1}\vec{\mathbf{r}}_{a_2} da_1^2 da_2^2 + \vec{\mathbf{r}}_{a_2}^2 da_2^2, \tag{2.5}$$

ou simplesmente

$$|dl|^2 = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} G_{ij} da_i da_j, \tag{2.6}$$

onde

$$G_{ij}(\vec{\mathbf{r}}(\vec{\mathbf{a}})) = \frac{\partial \vec{\mathbf{r}}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial \vec{\mathbf{r}}}{\partial a_j} = \vec{\mathbf{r}}_{a_i} \cdot \vec{\mathbf{r}}_{a_j}. \tag{2.7}$$

Visto que para se medir o comprimento de uma curva em uma superfície é suficiente o conhecimento das grandezas G_{ij}, é dito que estas grandezas determinam uma métrica na superfície. A equação (2.6) é conhecida como *primeira forma quadrática fundamental* ou *tensor métrico* e as quantidades G_{ij} são denominadas *coeficientes métricos*[3, 29, 8]. Também o ângulo entre duas curvas em uma superfície pode ser determinado a partir do tensor métrico. Além disto, mostra-se que para uma região Ω, sobre a qual está definida uma superfície, sua área, A_Ω, pode ser obtida por

$$A_\Omega = \int\int_\Omega \sqrt{G_{11}G_{22} - G_{12}^2}\; da_1 da_2. \tag{2.8}$$

Desta forma, mudanças nos valores de G_{ij} refletem mudanças na área de uma superfície.

2.1.2 Tensor de curvatura

A *curvatura* num ponto de uma curva qualquer mede o grau de variação do ângulo que as tangentes vizinhas fazem com a tangente nesse ponto. Estando a curva no espaço, existem infinitos vetores normais que passam por um dado ponto P desta curva. Chamamos de *normal principal* o vetor normal (unitário) que aponta para o centro de curvatura em P.

A *curvatura normal* em um ponto P de uma curva C sobre uma superfície Ω é dada por:

$$k_n = k cos\theta, \tag{2.9}$$

onde k é a curvatura de C em P e θ, o ângulo entre o vetor normal principal e o vetor normal a Ω em P.

Pode-se mostrar que

$$k_n = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} B_{ij} da_i da_j, \tag{2.10}$$

onde

$$B_{ij}(\vec{\mathbf{r}}(\vec{\mathbf{a}})) = \hat{\mathbf{n}} \cdot \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{r}}}{\partial a_i \partial a_j} = \hat{\mathbf{n}} \cdot \vec{\mathbf{r}}_{a_i a_j} \tag{2.11}$$

e $\hat{\mathbf{n}}$ denota o vetor unitário normal a Ω no ponto P. A equação (2.10) é denominada *segunda forma quadrática fundamental* ou *tensor de curvatura* e as quantidades B_{ij} são denominadas *coeficientes de curvatura*. Mudanças nestes coeficientes estão relacionadas a mudanças na curvatura de uma superfície.

2.1.3 Relações entre os dois tensores

Sendo uma superfície dada em forma paramétrica

$$\begin{aligned} x &= x(a_1, a_2) \\ y &= y(a_1, a_2) \\ z &= z(a_1, a_2), \end{aligned} \tag{2.12}$$

temos que [29]

$$\begin{aligned} G_{11} &= \vec{\mathbf{r}}_{a_1}^2 = x_{a_1}^2 + y_{a_1}^2 + z_{a_1}^2 \\ G_{12} &= G_{21} = \vec{\mathbf{r}}_{a_1}\vec{\mathbf{r}}_{a_2} = x_{a_1}x_{a_2} + y_{a_1}y_{a_2} + z_{a_1}z_{a_2} \\ G_{22} &= \vec{\mathbf{r}}_{a_2}^2 = x_{a_2}^2 + y_{a_2}^2 + z_{a_2}^2. \end{aligned} \tag{2.13}$$

Alem disto,

$$B_{11} = \vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_1} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_1} \cdot \frac{\vec{\mathbf{r}}_{a_1} \times \vec{\mathbf{r}}_{a_2}}{|\vec{\mathbf{r}}_{a_1} \times \vec{\mathbf{r}}_{a_2}|} = \frac{(\vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_1}\vec{\mathbf{r}}_{a_1}\vec{\mathbf{r}}_{a_2})}{\sqrt{G_{11}G_{22} - G_{12}^2}} \tag{2.14}$$

onde $\times$ representa a operação produto vetorial e a quantidade entre parênteses, no numerador do termo mais à direita, é um produto misto. Procedendo de maneira similar para os coeficientes B_{12}, B_{21} e B_{22} verificamos que

$$B_{11} = \frac{\begin{bmatrix} x_{a_1 a_1} & y_{a_1 a_1} & z_{a_1 a_1} \\ x_{a_1} & y_{a_1} & z_{a_1} \\ x_{a_2} & y_{a_2} & z_{a_2} \end{bmatrix}}{\sqrt{G_{11}G_{22} - G_{12}^2}}$$

$$
\begin{aligned}
B_{12} = B_{21} &= \frac{\begin{bmatrix} x_{a_1a_2} & y_{a_1a_2} & z_{a_1a_2} \\ x_{a_1} & y_{a_1} & z_{a_1} \\ x_{a_2} & y_{a_2} & z_{a_2} \end{bmatrix}}{\sqrt{G_{11}G_{22} - G_{12}^2}} \\
B_{22} &= \frac{\begin{bmatrix} x_{a_2a_2} & y_{a_2a_2} & z_{a_2a_2} \\ x_{a_1} & y_{a_1} & z_{a_1} \\ x_{a_2} & y_{a_2} & z_{a_2} \end{bmatrix}}{\sqrt{G_{11}G_{22} - G_{12}^2}}
\end{aligned} \tag{2.15}
$$

Partindo das equações (2.15) acima, é possível obter expressões para as grandezas B_{ij} em função de G_{ij} e suas derivadas. Os tensores métrico e de curvatura são, portanto, interdependentes. Eles devem satisfazer certas equações diferenciais de compatibilidade, conhecidas como fórmula de Gauss e equações de Mainardi-Codazzi da teoria de superfícies. Para se deduzir tais equações, consideram-se ainda as seguintes relações [8]

$$
\begin{aligned}
(\vec{\mathbf{r}}_{a_1a_1})_{a_2} \; - \; (\vec{\mathbf{r}}_{a_1a_2})_{a_1} &= \vec{\mathbf{0}} \\
(\vec{\mathbf{r}}_{a_2a_2})_{a_1} \; - \; (\vec{\mathbf{r}}_{a_2a_1})_{a_2} &= \vec{\mathbf{0}} \\
\hat{\mathbf{n}}_{a_1a_2} \; - \; \hat{\mathbf{n}}_{a_2a_1} &= \vec{\mathbf{0}}
\end{aligned} \tag{2.16}
$$

o que, geometricamente, significa supor que a superfície considerada é bastante suave.

Da Geometria Diferencial, mostra-se ainda que, dados dois tensores simétricos G_{ij} e B_{ij}, com $G_{11} > 0$, $G_{22} > 0$ e $det(\mathbf{G}) > 0$ satisfazendo tais equações de compatibilidade, determina-se, *a menos de um movimento rígido*, uma única superfície tendo G_{ij} e B_{ij} como coeficientes métrico e de curvatura.

2.1.4 Método de diferenças finitas

Seja uma função $u = u(x, y)$, que possui um número suficiente de derivadas parciais. Os valores de u nos pontos (x, y) e $(x + h, y + k)$ são relacionados pela expansão de Taylor:

$$
\begin{aligned}
u(x+h, y+k) &= u(x,y) + \left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right) u(x,y) + \\
&\quad \frac{1}{2!}\left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^2 u(x,y) + \ldots \\
&\quad + \frac{1}{(n-1)!}\left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^{(n-1)} u(x,y) + R_n,
\end{aligned} \tag{2.17}
$$

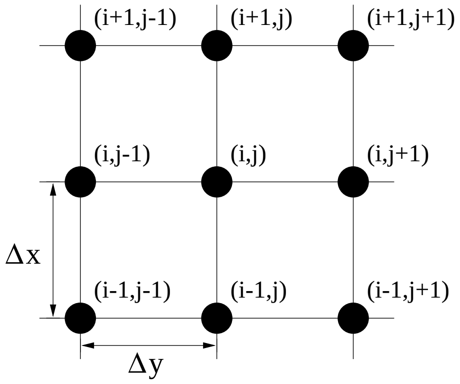


Figura 2.1: Malha de nós

onde o termo residual R_n é dado por

$$R_n = \frac{1}{n!}\left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^n u(x+\sigma h, y+\sigma k),\ 0<\sigma<1, \tag{2.18}$$

ou seja,

$$R_n = O[(|h|+|k|)^n]. \tag{2.19}$$

Pela equação (2.19), queremos que exista uma constante positiva M, tal que $|R_n| \leq M(|h|+|k|)^n$ com h e k tendendo a zero. O ponto $(i\Delta x, j\Delta y)$, também chamado de ponto (i,j) da malha, é circundado por uma vizinhaça de pontos mostrada na Figura 2.1. Fazendo a expansão na série de Taylor para $u_{i-1,j}$ e $u_{i+1,j}$ sobre o valor central $u_{i,j}$, nós obtemos

$$u_{i-1,j} = u_{i,j} - \Delta x u_x + \frac{(\Delta x)^2}{2!}u_{xx} - \frac{(\Delta x)^3}{3!}u_{xxx} + \frac{(\Delta x)^4}{4!}u_{xxxx} \tag{2.20}$$

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + \Delta x u_x + \frac{(\Delta x)^2}{2!}u_{xx} + \frac{(\Delta x)^3}{3!}u_{xxx} + \frac{(\Delta x)^4}{4!}u_{xxxx}, \tag{2.21}$$

onde $u_x \equiv \partial u/\partial x$, $u_{xx} \equiv \partial^2 u/\partial^2 x$, etc. Assim, consegue-se calcular todas as derivadas no ponto (i,j) da malha. Subtraindo ou adicionando convenientemente estas equações, chega-se às seguintes fórmulas de diferenças finitas para as derivadas de primeira e segunda ordem em (i,j):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} + O(\Delta x) \tag{2.22}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} + O(\Delta x) \tag{2.23}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta x} + O[(\Delta x)^2] \tag{2.24}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{i-1,j} - 2u_{i,j} + u_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + O[(\Delta x)^2]. \tag{2.25}$$

As equações (2.22), (2.23) e (2.24) são conhecidas, respectivamente, como diferenças posterior, anterior e central. Formas similares existem para $\partial u/\partial y$ e $\partial^2 u/\partial y^2$.

Analogamente, é possível mostrar que

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i-1,j+1} - u_{i+1,j-1} + u_{i-1,j-1}}{4\Delta x \Delta y} + O[(\Delta x + \Delta y)^2]. \tag{2.26}$$

Isso significa que, dada uma função $u[m,n]$ com a qual criamos a malha de pontos conforme a Figura 2.1, podemos definir os *operadores de diferença posterior* de primeira ordem

$$D_1^+(u)[m,n] = (u[m+1,n] - u[m,n])/\Delta x$$

$$D_2^+(u)[m,n] = (u[m,n+1] - u[m,n])/\Delta y \tag{2.27}$$

e *os operadores de diferença anterior* de primeira ordem

$$D_1^-(u)[m,n] = (u[m,n] - u[m-1,n])/\Delta x$$

$$D_2^-(u)[m,n] = (u[m,n] - u[m,n-1])/\Delta y. \tag{2.28}$$

Utilizando as equações (2.27) e (2.28), podemos ainda definir os *operadores de diferença cruzada posterior* e *anterior*

$$D_{12}^+(u)[m,n] = D_{21}^+(u)[m,n] = D_1^+(D_2^+(u))[m,n]$$

$$D_{12}^-(u)[m,n] = D_{21}^-(u)[m,n] = D_1^-(D_2^-(u))[m,n] \tag{2.29}$$

e o operador de diferença central de segunda ordem

$$D_{11}(u)[m,n] = D_1^-(D_1^+(u))[m,n]$$

$$D_{22}(u)[m,n] = D_2^-(D_2^+(u))[m,n]. \tag{2.30}$$

2.2 Apresentação do modelo

Para o estudo do movimento de um objeto deformável no espaço, utilizou-se a abordagem clássica da Mecânica Newtoniana. Forças externas são aplicadas sobre o objeto, deslocando-o e fazendo-o sofrer deformações. Ao deformar-se, o objeto acumula energia internamente e responde com forças restauradoras que tendem a equilibrar aquelas componentes externas.

Partindo da equação diferencial básica que rege o movimento de um corpo, chegar-se-á aos detalhes relacionados à formulação do modelo de elasticidade.

2.2.1 O modelo elástico

Sendo o objeto deformável uma superfície definida sobre um domínio Ω no espaço paramétrico contínuo, a posição de cada ponto desta superfície no espaço tridimensional é denotada segundo a equação (2.2) por: $\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{r}}(\vec{\mathbf{a}})$. Para explicitar as leis que regem a dinâmica da superfície deformável, neste modelo baseado em princípios físicos, usou-se a equação do movimento na formulação Lagrangeana

$$\mu \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{r}}}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial \vec{\mathbf{r}}}{\partial t} + \frac{\delta \varepsilon(\vec{\mathbf{r}})}{\delta \vec{\mathbf{r}}} = \vec{f}(\vec{\mathbf{r}}, t) \ . \tag{2.31}$$

Na equação (2.31), μ representa a densidade de massa e γ a constante de amortecimento no ponto $\vec{\mathbf{r}}$. O vetor $\vec{\mathbf{f}}$ denota a contribuição total das forças externas aplicadas em $\vec{\mathbf{r}}$ no instante t. O terceiro termo no lado esquerdo da equação (2.31) corresponde às energias internas acumuladas, provenientes da deformação elástica $\varepsilon(\vec{\mathbf{r}})$.

Como foi visto na seção 2.1.3, a forma geométrica de uma superfície é inteiramente definida pelos seus coeficientes métricos e de curvatura. Assim, pode-se considerar que, em uma superfície que se deforma, a energia elástica pode ser armazenada de dois modos: por mudanças na métrica (que refletem esticamento ou encolhimento) ou na curvatura. Uma maneira razoável de estimar-se esta energia é dada pela seguinte expressão[7]:

$$\varepsilon(\vec{\mathbf{r}}) = \int_{\Omega} \|\mathbf{G} - \mathbf{G}^0\|_{\alpha}^2 + \|\mathbf{B} - \mathbf{B}^0\|_{\beta}^2 da_1 da_2, \tag{2.32}$$

onde

$$G_{ij}^0 = \frac{\partial \vec{\mathbf{r}}^{\mathbf{0}}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial \vec{\mathbf{r}}^{\mathbf{0}}}{\partial a_j} \tag{2.33}$$

e

$$B_{ij}^0 = \hat{\mathbf{n}} \cdot \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{r}}^{\mathbf{0}}}{\partial a_i \partial a_j} \tag{2.34}$$

são os elementos dos tensores, que traduzem a forma da superfície em seu estado de repouso.

De acordo com a equação (2.32), parte-se da norma da diferença dos tensores métricos e de curvatura no estado deformado em relação ao tensor no seu estado de repouso para se obter uma estimativa da energia elástica total armazenada em uma superfície. Esta é uma medida da energia necessária para deslocar os pontos da superfície definida sobre o domínio Ω, a partir de suas posições relativas no estado de repouso.

Desta forma, associa-se significados físicos às grandezas de natureza geométrica $\mathbf{G}$ e $\mathbf{B}$. O emprego de $\mathbf{G}$ e $\mathbf{B}$ na expressão (2.32) para medir as deformações é bastante apropriado. Devido à invariância destes tensores com relação a movimentos rígidos, já comentada no final da seção 2.1.3, a energia $\varepsilon(\vec{\mathbf{r}})$ na expressão (2.32) valerá *zero* para aqueles movimentos onde não se verificam deformações (*e.g.*: rotações, translações).

As operações $\|\cdot\|_\alpha^2$ e $\|\cdot\|_\beta^2$ representam normas ponderadas para os tensores, com fatores de ponderação $\eta_{ij} = \eta_{ij}(\vec{\mathbf{a}})$ e $\xi_{ij} = \xi_{ij}(\vec{\mathbf{a}})$. Aplicando estas normas, obtém-se da equação (2.32) a seguinte expressão para a energia de deformação simplificada:

$$\varepsilon(\vec{\mathbf{r}}) = \int_\Omega \sum_{i,j=1}^{2} (\eta_{ij}(G_{ij} - G_{ij}^0)^2 + \xi_{ij}(B_{ij} - B_{ij}^0)^2) da_1 da_2 \ . \tag{2.35}$$

A partir da equação de energia (2.35) obtem-se a primeira derivada variacional $\delta\epsilon(\vec{\mathbf{r}})/\delta\vec{\mathbf{r}}$, de onde se consegue extrair uma boa aproximação para a força interna proveniente das deformações elásticas sofridas pela superfície [7, 22]:

$$\vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}) = \sum_{i,j=1}^{2} -\frac{\partial}{\partial a_i}\left(\alpha_{ij}\frac{\partial \vec{\mathbf{r}}}{\partial a_j}\right) + \frac{\partial^2}{\partial a_i \partial a_j}\left(\beta_{ij}\frac{\partial^2 \vec{\mathbf{r}}}{\partial a_i \partial a_j}\right) \ , \tag{2.36}$$

onde $\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{r}})$ e $\beta_{ij} = \beta_{ij}(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{r}})$ são funções que descrevem as propriedades elásticas do material.

As funções α_{ij} foram definidas como:

$$\alpha_{ij}(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{r}}) \ = \ \eta_{ij}(\vec{a})(G_{ij} \ - \ G_{ij}^0) \ . \tag{2.37}$$

Contudo, o cálculo de variações aplicado ao segundo termo da equação (2.35) fornece expressões bastante complexas, difíceis de serem manipuladas. A alternativa usada para simplificá-las e estabelecer uma certa homogeneidade constituiu-se em se adotar β_{ij} de maneira análoga a (2.37) [7, 22]:

$$\beta_{ij}(\vec{\mathbf{a}}, \vec{\mathbf{r}}) \ = \ \xi_{ij}(\vec{a})(B_{ij} \ - \ B_{ij}^0) \ . \tag{2.38}$$

Fazendo-se isto, alcança-se expressões bem mais amenas para os cálculos relacionados à curvatura, o que, numericamente, reflete em maior rapidez. Por outro lado, a nova expressão adotada (2.36), tendo em si embutida a equação (2.38), é uma forma truncada da expressão original, podendo levar a aproximações grosseiras das forças de resistência à curvatura. As conseqüências podem aparecer sob a forma de comportamentos não-realistas nas simulações ou mesmo dificuldade no controle da curvatura.

Visto que as grandezas G_{ij} são os coeficientes do tensor métrico, η_{ij} e α_{ij} estão ligados ao controle das tensões que minimizam as variações na métrica da superfície em relação ao estado de repouso G_{ij}^0. Quando α_{ij} for positivo, haverá uma tendência à superfície de encolher-se.

Quando for negativo, a tendência será de expansão. Analogamente, sendo os valores de B_{ij} coeficientes do tensor de curvatura, ξ_{ij} e β_{ij} estão ligados ao controle das forças que agem no sentido de minimizar o desvio da curvatura da superfície com relação ao estado natural B^0_{ij}. Quando β_{ij} for positivo, a superfície tenderá a tornar-se menos curva. Quando for negativo, a tendência será de aumentar a curvatura.

Vale ressaltar ainda, das equações (2.37) e (2.38), que tais grandezas são definidas independentemente para cada ponto $\vec{\mathbf{a}}$, permitindo a modelagem de materiais não-homogêneos ou de fenômenos de natureza local.

Em resumo, as forças internas de deformação são geradas a partir destas grandezas. O comportamento de oposição de uma superfície deformada por uma força externa atuante será tão mais pronunciado quanto maiores forem os valores destes parâmetros de elasticidade.

2.2.2 Discretização

Na implementação das equações que governam o movimento do objeto deformável, realiza-se a discretização da expressão (2.36), onde as derivadas são aproximadas por técnicas de diferenças finitas conforme sugerido em [7]. As diferenças finitas são efetuadas segundo procedimentos convencionais, como aqueles da seção 2.1.4. A discretização transforma a equação diferencial parcial (2.31) em um sistema acoplado de equações diferenciais ordinárias.

O espaço contínuo Ω é discretizado segundo uma malha de $M \times N$ nós, onde a cada ponto tomado da superfície no espaço 3D $\vec{\mathbf{r}}(a_1, a_2)$ é associado um ponto discreto (ou uma *variável nodal*) $\vec{\mathbf{r}}(\mathbf{m}, \mathbf{n})$. Ao conjunto de variáveis nodais $\vec{\mathbf{r}}(\mathbf{m}, \mathbf{n})$ definidas para os $M \times N$ nós denomina-se *malha de funções*, representada por $\vec{\mathbf{r}}[\mathbf{m}, \mathbf{n}]$.

As equações (2.36), (2.37) e (2.38) são discretizadas, respectivamente, para:

$$e_{ij}[m,n] = \sum_{i,j}^{2} -D_i^-(\vec{\mathbf{p}})[m,n] + D_{ij}^{(-)}(\vec{\mathbf{q}})[m,n] \tag{2.39}$$

onde

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{p}} &= \alpha_{ij}[m,n] D_j^+(\vec{\mathbf{r}})[m,n] \\ \vec{\mathbf{q}} &= \beta_{ij}[m,n] D_{ij}^{(+)}(\vec{\mathbf{r}})[m,n], \end{aligned} \tag{2.40}$$

$$\alpha_{ij}[m,n] = \eta_{ij}[m,n](D_i^+(\vec{\mathbf{r}})[m,n] \cdot D_j^+(\vec{\mathbf{r}})[m,n] - G^0_{ij}) \tag{2.41}$$

e

$$\beta_{ij}[m,n] = \xi_{ij}[m,n](\hat{\mathbf{n}}[m,n] \cdot D_{ij}^{(+)}(\vec{\mathbf{r}})[m,n] - B^0_{ij}). \tag{2.42}$$

A malha $\hat{\mathbf{n}}[m,n]$ na equação (2.42) contém os valores da normal à superfície em cada nó.

Observa-se que os valores dos operadores de diferença são indeterminados para os pontos nas fronteiras do domínio Ω. Entretanto, uma condição natural de fronteira pode ser simulada igualando-se a zero o valor de qualquer operador de diferença na equação (2.40) cujo cálculo envolva $\vec{\mathbf{r}}(\mathbf{m},\mathbf{n})$ com índices m e n que não correspondam a pontos da malha $M \times N$.

Se as variáveis nodais das malhas de funções $\vec{\mathbf{r}}[\mathbf{m},\mathbf{n}]$ e $\vec{\mathbf{e}}[\mathbf{m},\mathbf{n}]$ forem agrupadas, respectivamente, em matrizes coluna $\vec{\mathcal{R}}$ e $\vec{\mathcal{E}}$, de dimensão $M \times N$, a equação (2.39) pode ser escrita em forma matricial

$$\vec{\mathcal{E}} = \mathbf{K}(\vec{\mathcal{R}})\vec{\mathcal{R}} \tag{2.43}$$

onde $\mathbf{K}$ é uma matriz $(MN) \times (MN)$ esparsa conhecida como *matriz de rigidez.*

A forma discreta da equação de movimento (2.31) pode ser então expressa pelo seguinte sistema acoplado de equações diferenciais:

$$\mathbf{M}\frac{\partial^2\vec{\mathcal{R}}}{\partial t^2} + \mathbf{C}\frac{\partial\vec{\mathcal{R}}}{\partial t} + \mathbf{K}(\vec{\mathcal{R}})\vec{\mathcal{R}} = \vec{\mathcal{F}} \tag{2.44}$$

onde

- $\mathbf{M}$ é a matriz diagonal $(MN)\times(MN)$ formada pela densidade de massa de cada elemento;
- $\mathbf{C}$, a matriz diagonal $(MN) \times (MN)$ formada pela densidade de amortecimento de cada elemento;
- $\vec{\mathcal{F}}$, a matriz coluna contendo a força externa aplicada a cada elemento, calculada a partir de $\vec{\mathbf{f}}(\vec{\mathbf{r}}, t)$.

2.2.3 Integração numérica no tempo

Para simular a dinâmica de um objeto não-rígido, o sistema de equações diferenciais (2.44) deve ser integrado no tempo. As equações são integradas através de um procedimento passo-a-passo, utilizando um método numérico que converte um sistema de equações diferenciais não-lineares em uma seqüência de sistemas lineares.

O intervalo de tempo de $t = 0$ até $t = T$ é particionado em sub-intervalos de tempo iguais Δt, e o processo de integração computa a seqüência de soluções aproximadas nos instantes t, $t + \Delta t$, $t + 2\Delta t$, ... , T. Calculando $\vec{\mathcal{E}}$ em $t + \Delta t$ e $\vec{\mathcal{F}}$ em t, e substituindo as aproximações discretas no tempo

$$\frac{\partial^2 \vec{\mathcal{R}}}{\partial t^2} = (\vec{\mathcal{R}}_{t+\Delta t} - 2\vec{\mathcal{R}}_t + \vec{\mathcal{R}}_{t-\Delta t})/\Delta t^2 \tag{2.45}$$

e

$$\frac{\partial \vec{\mathcal{R}}}{\partial t} = (\vec{\mathcal{R}}_{t+\Delta t} - \vec{\mathcal{R}}_{t-\Delta t})/2\Delta t \tag{2.46}$$

na equação (2.44), obtém-se

$$\mathbf{A}_t \vec{\mathcal{R}}_{t+\Delta t} = \vec{\mathcal{G}}_t, \tag{2.47}$$

onde

$$\mathbf{A}_t = \mathbf{K}(\vec{\mathcal{R}}_t) + \left(\frac{1}{\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t}\mathbf{C}\right) \tag{2.48}$$

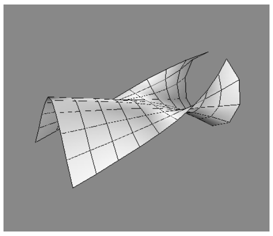
e

$$\vec{\mathcal{G}}_t = \vec{\mathcal{F}}_t + \left(\frac{1}{\Delta t^2}\mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t}\mathbf{C}\right)\vec{\mathcal{R}}_t + \left(\frac{1}{\Delta t}\mathbf{M} - \frac{1}{2}\mathbf{C}\right)\vec{\mathcal{V}}_t. \tag{2.49}$$

A matriz coluna de velocidades $\vec{\mathcal{V}}_t$ é dada por:

$$\vec{\mathcal{V}}_t = (\vec{\mathcal{R}}_t - \vec{\mathcal{R}}_{t-\Delta t})/\Delta t \tag{2.50}$$

e o sistema evolui a partir das condições iniciais fornecidas $\vec{\mathcal{R}}_0$ e $\vec{\mathcal{V}}_0$.



Capítulo 3

Controle do Modelo

Das equações (2.31) e (2.32), observa-se que o comportamento de uma superfície deformável pode ser controlado tanto pelos parâmetros μ, γ e $\vec{\mathbf{f}}$ quanto pelos parâmetros de deformabilidade. Devido à diversidade dos parâmetros envolvidos, combinações diferentes dos valores destes parâmetros podem levar a um mesmo efeito visual. Por exemplo, para gerar a animação de uma superfície ondulante, podemos atribuir forças senoidais em cada ponto da superfície, ou atribuir valores distintos de γ em cada ponto, ou atribuir valores de μ distintos em cada ponto, ou então definir convenientemente os parâmetros de elasticidade. Esta flexibilidade aumenta a versatilidade do modelo, mas, por outro lado, dificulta a sua controlabilidade, visto que em muitas ocasiões não se pode distinguir com clareza qual a contribuição de um dado parâmetro para um efeito visual obtido.

Neste capítulo, propõe-se uma solução que busca conciliar versatilidade e controlabilidade. A proposta consiste em se atribuir para cada parâmetro um papel dominante e independente, de onde todos os possíveis valores, ao serem combinados, gerariam o espaço dos efeitos visuais desejáveis.

A partir das ferramentas requeridas na análise da influência destes parâmetros, distingue-se dois níveis de controle:

Macro-controle: Atribuindo valores adequados para μ, γ e $\vec{\mathbf{f}}$, podemos ter um controle grosseiro, porém, intuitivo da dinâmica do objeto. Todos os pontos da superfície assumem valores iguais de μ e γ, considerando que a superfície é homogênea em relação ao ambiente no qual ela está imersa.

Micro-controle: O efeito da variação da geometria local de cada ponto, ou seja, o aspecto do material ser mais resistente à variação de área ou de curvatura, é controlado através dos parâmetros de elasticidade.

Alguns aspectos relacionados à teoria de controle [10, 21] serão abordados para enriquecer a discussão sobre o macro-controle. Entretanto, a maior parte do empenho realizado visa explorar, com o uso dos conhecimentos da Geometria Diferencial, a potencialidade dos parâmetros de elasticidade para oferecer uma interface mais intuitiva ao micro-controle.

3.1 Macro-controle

Como a equação (2.31) refere-se a cada ponto na posição $\vec{\mathbf{r}}(a_1, a_2)$, podemos analisá-la considerando um sistema massa-mola em cada ponto. Em uma abordagem simplista, seja um sistema massa-mola amortecido, unidimensional, cujo movimento é regido pela equação (3.1)

$$m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + g\frac{\partial x}{\partial t} + kx = f(t), \tag{3.1}$$

onde m denota uma massa, acoplada a uma mola de rigidez k e imersa em um meio cujo amortecimento vale g. A força externa é dada por $f(t)$. Dada a sua semelhança com a equação (2.31), pode-se fazer algumas analogias entre os dois casos no que diz respeito ao comportamento dinâmico obtido ao variar-se os parâmetros de controle.

Considerando $m, g, k > 0$, o sistema descrito pela equação diferencial (3.1) será sempre estável. Sendo esta equação linear, de segunda ordem, com $x = x(t)$, é conhecido da teoria elementar de controle [21] que a resposta dinâmica de tal sistema pode ser investigada no domínio da freqüência complexa $s = \sigma + j\omega$, a partir da análise de seus polos:

$$s_{1,2} = -\frac{g}{2m} \pm \sqrt{(\frac{g}{2m})^2 - \frac{k}{m}}, \tag{3.2}$$

onde chamamos de Δ o discriminante sob o radical da expressão (3.2)

$$\Delta = (\frac{g}{2m})^2 - \frac{k}{m}. \tag{3.3}$$

Quando $\Delta < 0$, a resposta do sistema a uma força perturbativa externa f constante, aplicada a partir do instante $t = 0$, resulta em uma oscilação senoidal atenuada. Para o caso em que $\Delta > 0$, a resposta àquela perturbação f consistirá apenas em uma atenuação. As atenuações são provenientes da força dissipativa do amortecimento e, para ambos os casos, elas podem ser muito ou pouco pronunciadas, conforme a relação g/m seja grande ou pequena, respectivamente.

A freqüência das oscilações pode também ser alterada a partir dos valores atribuídos aos parâmetros. Além disto, apelando a aspectos mais intuitivos, pode-se produzir efeitos de deslocamentos mais bruscos manipulando-se a perturbação externa $f(t)$.

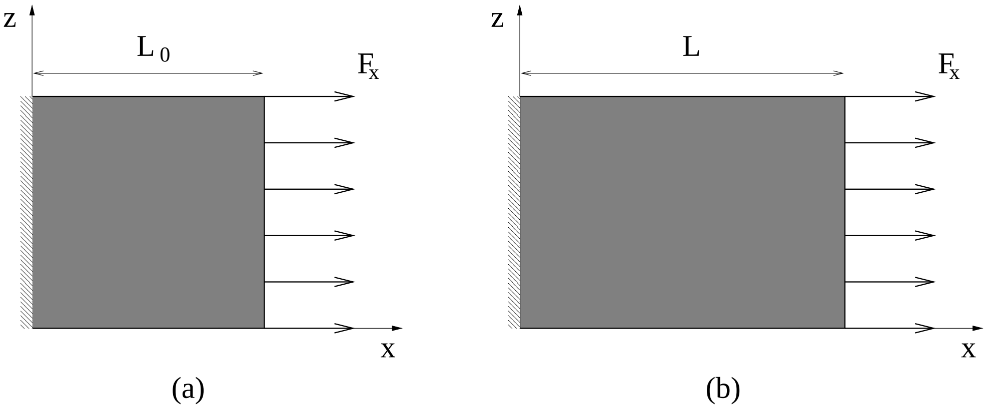


Figura 3.1: Forças constantes aplicadas à borda de uma superfície plana.

Voltando agora ao modelo de deformações tratado nesta dissertação, se o valor de γ for muito grande comparado ao valor de μ, cada ponto terá um comportamento sobreamortecido, ou seja, a superfície tende a atingir rapidamente o estado de equilíbrio. Ao diminuir-se o valor de γ, a superfície apresentará um comportamento subamortecido, onde há uma oscilação atenuada até que se atinja o equilíbrio. Finalmente, quando se atribui a γ o valor *zero* (comportamento não-amortecido), a superfície se mantém oscilando em torno de um ponto de equilíbrio.

Para mostrar como os valores dos parâmetros realmente alteram a dinâmica de uma superfície deformável de modo semelhante ao que ocorre ao sistema massa-mola comentado, considere o exemplo de uma simulação feita com a implementação [9] do modelo para superfícies. A Fig.3.1(a) mostra uma superfície plana, não-rígida, contida no plano xz, com uma das bordas fixa. À borda oposta, são aplicadas forças constantes, a partir do instante $t = 0$, na direção do eixo x, conforme indicado. Nesta situação, a superfície sofre deformações, alongando-se a partir de seu comprimento no estado de repouso L_0 e assumindo um novo comprimento L num instante de tempo subseqüente, como ilustra a Fig.3.1(b). Tomando a medida de L para cada instante de tempo t e traçando um gráfico Lxt, obtém-se uma curva que ilustra o comportamento dinâmico da superfície. Procedendo desta maneira, para três diferentes valores de γ, obtém-se as respectivas curvas ilustradas na Fig.3.2. Observa-se uma grande semelhança destas curvas com as curvas traçadas para $x(t)$, solução da equação (3.1), ao variar-se γ de *zero* até um valor suficientemente alto.

Conforme já observado por Thalmann *et al.*[20], em situações reais o valor de γ deve ser uma função que leve em conta os efeitos dissipativos provenientes de fricções internas na superfície. Naquele trabalho, foi proposto modelar-se γ também em função dos tensores métrico e de curvatura. Entretanto, para a classe de objetos estudada no presente trabalho, notou-se que é possível obter resultados bastante realistas considerando-se γ como um escalar e ajustando-se os valores de μ e $\vec{\mathbf{f}}$.

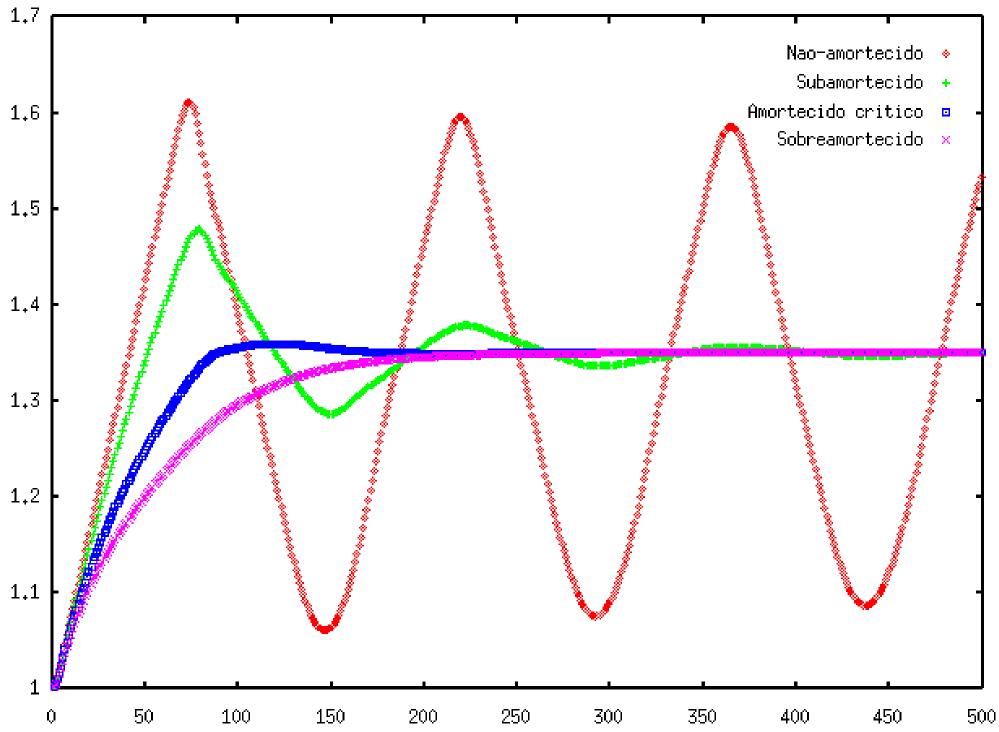
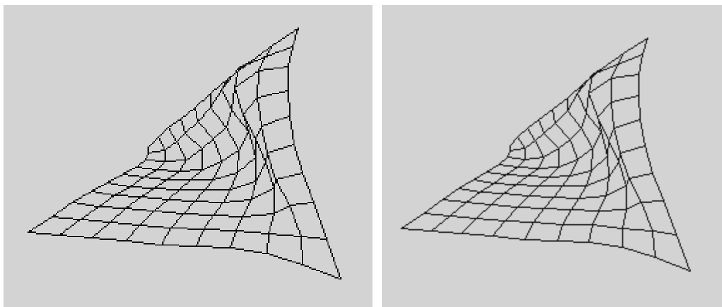


Figura 3.2: Alongamento da superfície com o decorrer do tempo.

Nota-se ainda que os triplos $(a\mu, b\gamma, c\vec{\mathbf{f}})$, onde $a, b, c > 0$, produzem efeitos visuais semelhantes, já que substituindo-os nas equações (2.48) e (2.49) obtém-se um conjunto de equações algébricas equivalentes que geram o mesmo $\vec{\mathcal{R}}_{t+\Delta t}$ na equação (2.47) em cada iteração. Esta observação é útil sob o ponto de vista numérico. Uma vez que é permitido escolher a faixa de valores a se trabalhar, pode-se buscar uma faixa computacionalmente mais confiável.

Na Fig. 3.3 a seguir, tem-se um exemplo de um par de imagens semelhantes obtidas com combinações diferentes de parâmetros. As imagens ilustram uma superfície, originalmente plana em seu estado de repouso, que está fixa em três vértices e sofre a ação de uma força externa para cima no quarto vértice. Observa-se uma grande semelhança entre as duas imagens. Tal



(a) (b)

Figura 3.3: Combinações equivalentes de parâmetros.

escalonamento é fundamental para se atingir uma faixa mais larga de valores úteis dos parâmetros de elasticidade, aumentando assim a diversidade dos efeitos que podem ser produzidos. Os parâmetros de elasticidade costituem o assunto da próxima seção (3.2) e o procedimento para o ajuste de parâmetros será discutido com mais detalhes na seção 3.3

3.2 Micro-controle

Após uma caracterização grosseira do movimento, por meio dos parâmetros de macro-controle, partimos então para o ajuste mais sutil, envolvendo as características de deformabilidade da superfície.

Conforme foi sugerido por Terzopoulos[7], existem duas alternativas para se ajustar o grau de deformabilidade de uma superfície. A primeira consiste em se atribuir valores aos parâmetros η_{ij} e ξ_{ij}, enquanto que a outra seria utilizar os parâmetros α_{ij} e β_{ij}. Cada uma destas abordagens apresenta um conjunto de vantagens e de dificuldades que serão discutidas. De antemão, pode-se verificar por inspeção das equações (2.37) e (2.38) que, quando o controle é realizado através de η_{ij} e ξ_{ij}, calcula-se os tensores $\mathbf{G}$ e $\mathbf{B}$ para que se possa computar então α_{ij} e β_{ij}. Alternativamente, quando o controle é feito através de uma atribuição direta de valores a α_{ij} e β_{ij}, as forças internas de deformação da superfície passam a não depender daqueles tensores.

3.2.1 Controle através de α_{ij} e β_{ij}

De acordo com a seção 2.2.1, ao se optar pelo controle da deformabilidade através da manipulação direta dos parâmetros α_{ij} e β_{ij}, são descartados os cálculos dos elementos G_{ij} e B_{ij} nas equações (2.37) e (2.38).

Visto que os valores de α_{ij} e β_{ij} serão os mesmos desde o momento de suas atribuições, a matriz de rigidez $\mathbf{K}$ na equação (2.48) permanecerá a mesma e, conseqüentemente, o sistema (2.47) será invariante no tempo. Tal sistema só precisa ser resolvido uma única vez, na primeira interação, o que reduz de maneira significativa a complexidade computacional.

Por outro lado, o cálculo dos elementos do tensor métrico e do tensor de curvatura equivale, em outras palavras, a uma espécie de leitura da forma da superfície, que é feita a cada instante de tempo. Evitar estes cálculos significa fazer com que as forças internas, as quais seriam provenientes das deformações, passem a não depender da forma geométrica assumida pela superfície com o decorrer do tempo. Em adição a isto, perde-se alguns efeitos relacionados ao vínculo entre métrica e curvatura. Como conseqüência, alguns efeitos indesejáveis podem

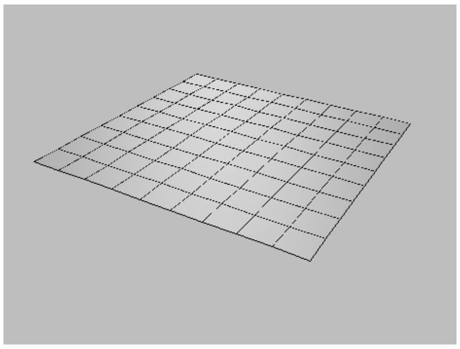


Figura 3.4: Vista superior de uma superfície plana em repouso.

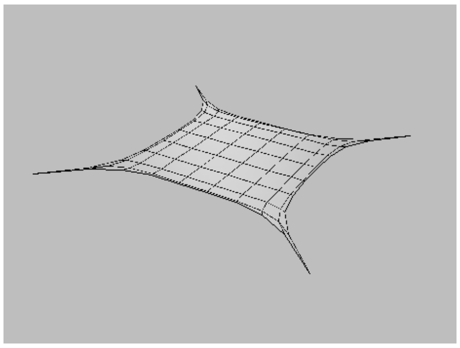


Figura 3.5: Efeito de encolhimento devido ao controle através de α_{ij}.

emergir nas simulações, sobrepondo-se a outros efeitos procurados e levando a resultados não muito ricos em realismo.

Um exemplo de efeito não-realista pode ser dado pelo encolhimento sofrido por uma superfície ao tentar-se controlar sua resistência ao alongamento atribuindo-se valores (positivos) a α_{ij}. Partindo de uma superfície plana em repouso, livre de forças externas, vista em perspectiva na Fig. 3.4, haverá uma energia inicial de esticamento acumulada, visto que, ao invés de calcular-se G_{ij} na equação (2.37) para se obter

$$\alpha_{ij} = \eta_{ij}(G^0_{ij} - G^0_{ij}) = 0 \tag{3.4}$$

é simplesmente imposto que $\alpha_{ij} = constante$. O comportamento de encolhimento obtido é ilustrado na Fig. 3.5, onde usou-se restrições do tipo ponto-fixo nos quatro vértices para melhor ilustrar o quão crítico este efeito pode ser. Se o controle do alongamento houvesse sido feito através dos parâmetros η_{ij}, a superfície se manteria em repouso, segundo sua forma original (Fig. 3.4).

Analogamente, quando se utiliza β_{ij} para o controle da resistência à curvatura, tem-se uma energia inicial de curvatura acumulada, cujo efeito pode ser ilustrado no exemplo a seguir: Partindo de uma casca cilíndrica como a da Fig. 3.6, com uma das extremidades (*i.e.*: uma das

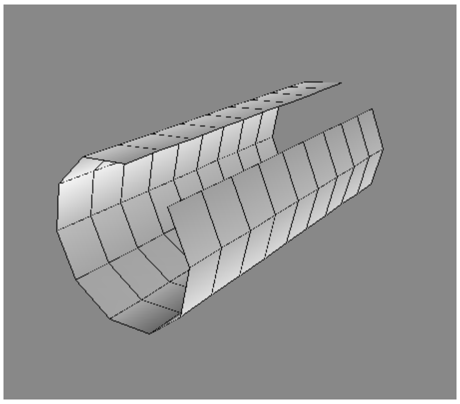


Figura 3.6: Casca cilíndrica em repouso.

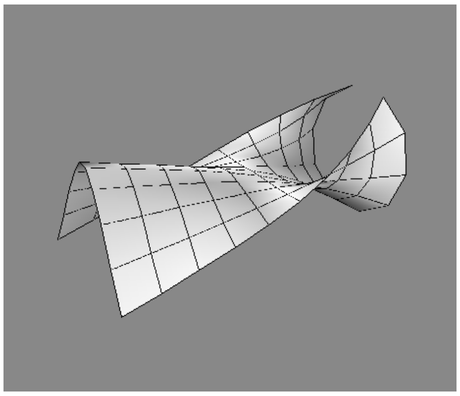


Figura 3.7: Efeito de curvatura devido ao controle através de β_{ij}.

bases do cilindro) fixa e sem nenhuma força externa atuante, chega-se ao resultado visto na Fig. 3.7. No caso, β_{ij} são positivos e as forças internas agem no sentido de tornar plana a superfície, produzindo um efeito bastante pronunciado na outra extremidade (livre). Ocorre uma oscilação até que se atinja uma posição de repouso. Se o controle do alongamento fosse efetuado através dos parâmetros ξ_{ij}, a casca cilíndrica permaneceria inerte (Fig. 3.6).

Em resumo, ao utilizar-se α_{ij} e β_{ij} no controle da deformabilidade, consegue-se uma redução de complexidade, cujo preço é pago com a redução do grau de realismo em algumas simulações. O controle através de η_{ij} e ξ_{ij} mostra-se mais realista, na medida em que atuam diretamente sobre as variações dos tensores que traduzem a forma da superfície. Porém, esta outra abordagem requer cuidados especiais na escolha dos valores.

A Fig. 3.8 mostra como estes efeitos podem se sobrepor a outros durante uma simulação. Tem-se aqui a mesma situação que foi descrita para a Fig. 3.3, sendo que o controle da deformabilidade é realizado através de α_{ij} e β_{ij}. Comparando-se com as imagens da Fig. 3.3, onde a deformabilidade foi controlada por η_{ij} e ξ_{ij}, pode-se notar que na Fig. 3.8, além de sofrer

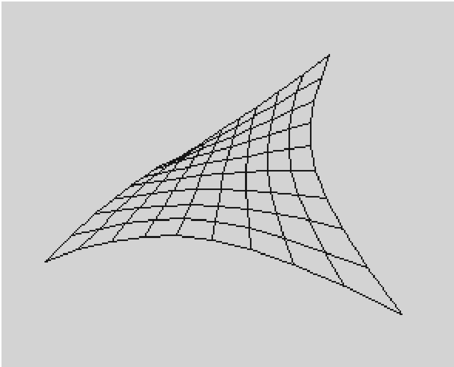


Figura 3.8: Efeitos combinados de α_{ij} e β_{ij}.

os efeitos da força externa, a superfície tenta encolher-se e manter-se plana.

3.2.2 Controle através de η_{ij} e ξ_{ij}

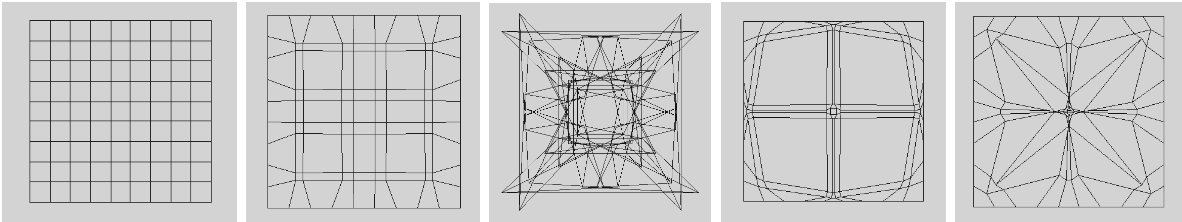
É por meio desta abordagem que se pode explorar melhor a potencialidade do modelo de deformações. O ajuste apropriado da resistência ao alongamento, através de η_{ij}, e da resistência à curvatura, através ξ_{ij}, permite um casamento entre as características de deformabilidade, resultando em superfícies com comportamento dinâmico bastante realista.

No entanto, além do aumento da complexidade computacional, comentado anteriormente, o emprego destes parâmetros traz outras dificuldades que devem ser analisadas. Uma combinação não criteriosa de valores para estes parâmetros pode facilmente levar a resultados não-verossímeis, seja por conta de problemas númericos, ou por incompatibilidade entre alongamento e curvatura. Assim, no micro-controle através de η_{ij} e ξ_{ij}, abrimos mão de um modelo mais estável em busca de mais realismo.

Aspectos numéricos

Sob o ponto de vista numérico, estão sendo utilizados sistemas não-lineares (equação 2.32), mais difíceis de serem controlados, e assim sendo, mais susceptíveis à instabilidade. Os parâmetros η_{ij} e ξ_{ij} atuam não-linearmente na constituição das forças internas de resistência e as variações na geometria do objeto, G_{ij} e B_{ij}, com relação ao seu estado de repouso, G^0_{ij} e B^0_{ij}, podem trazer resultados muito críticos ou imperceptíveis, dependendo apenas de uma leve mudança dos valores atribuídos a η_{ij} ou ξ_{ij}.

Tipicamente, os valores de η_{ij} e ξ_{ij} cujos resultados apresentam efeitos visuais satisfatórios encontram-se em uma faixa que vai de *zero* até próximo de uma unidade. Quando



(a) (b) (c) (d) (e)

Figura 3.9: Superfície instável variando ao longo do tempo.

valores fora desta faixa útil são empregados, passa-se a operar em uma região de instabilidade, onde os resultados visuais são imprevisíveis e aparentam não guardar nenhum significado físico. Os quadros da Fig. 3.9 apresentam um exemplo de uma superfície instável variando sua forma com o decorrer do tempo. Nesta simulação foram atribuídos valores elevados a η_{ij}.

Valores muito grandes de η_{ij} ou ξ_{ij} geram contribuições exageradas das forças restauradoras internas, que se opõem às deformações. A resposta incondizente destas forças para com as forças externas geradoras das deformações resulta no desequilíbrio do sistema dinâmico.

Atribuindo-se valores negativos aos parâmetros, gera-se também objetos não-realistas, os quais, ao invés de forças restauradoras, apresentam forças internas que favorecem às deformações e como elas se realimentam, crescendo progressivamente. Este comportamento obviamente leva à instabilidade. Em termos práticos, alguma tolerância ainda é mantida, dependendo da simulação, para valores ligeiramente negativos. Porém, em geral, dada uma perturbação externa, as superfícies produzidas divergem de seu estado natural para formas não-verossímeis.

Ainda sobre a questão numérica, uma ressalva significativa que se deve fazer é em relação à resolução na discretização da malha. O método numérico utilizado para a solução do sistema (2.47) depende fortemente da discretização. Através das equações (2.41) e (2.42) é fácil verificar que os valores calculados de G_{ij} e B_{ij} podem guardar erros grosseiros com o uso da técnica de diferenças finitas apresentada na seção 2.2.2 e produzir resultados incoerentes. As equações discretas (2.42) para β_{ij}, em particular, tendem a ser fracamente condicionadas numericamente, uma vez feita a simplificação no cálculo variacional [22] ao segundo termo da equação da energia (2.35).

Por outro lado, uma discretização mais densa aumenta consideravelmente o número de pontos da malha, tornando a sua solução computacionalmente custosa. Devido ao interesse por soluções interativas, que retornam aos usuários respostas não-ambíguas e as mais rápidas possíveis, optou-se por discretizações grosseiras.

Felizmente, analisando as equações (2.37) e (2.38), observa-se que é possível mascarar erros produzidos utilizando os parâmetros η_{ij} e ξ_{ij}. Um exemplo do uso dos parâmetros η_{ij} e ξ_{ij} para mascarar os erros oriundos da resolução de discretização é impor que o sistema de coordenadas seja sempre ortogonal. Embora o modelo proposto não imponha nenhuma restrição quanto ao sistema de coordenadas (a_1, a_2), é sempre recomendável trabalhar com sistemas de coordenadas ortogonais. Uma simplificação ainda, seria em cada iteração fazer-se para ambos os tensores $G_{12} = G_{21} = B_{12} = B_{21} = 0$ em todos os pontos da superfície, não havendo nenhuma contribuição à energia $\varepsilon(\vec{\mathbf{r}})$ relacionada a essas quantidades. Porém, como foi visto na seção 2.2.2, não há um controle direto na forma de parametrização. Em cada iteração muda-se a configuração da superfície que é detectada através das equações (2.41) e (2.42), cujas computações podem embutir erros bastante grosseiros devido à discretização. Para mascarar isso, foi imposto nas simulações que $\eta_{12} = \eta_{21} = \xi_{12} = \xi_{21} = 0$.

Adicionalmente, para simular superfícies homogêneas e isotrópicas, usou-se $\eta_{11} = \eta_{22}$, cujo valor é denominado simplesmente por η. Por uma questão de praticidade, no resto desta dissertação será usado o termo η para designar a combinação de valores atribuídos aos parâmetros

$$\begin{pmatrix} \eta_{11} & \eta_{12} \\ \eta_{21} & \eta_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta & 0 \\ 0 & \eta \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

e analogamente para ξ

$$\begin{pmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} \\ \xi_{21} & \xi_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi & 0 \\ 0 & \xi \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

Estas estratégias também foram usadas na abordagem de micro-controle por α_{ij} e β_{ij}, vista anteriormente, onde foram designadas as combinações para α

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

e para β

$$\begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix} \tag{3.8}$$

Para simular superfícies não-isotrópicas pode-se atribuir aos parâmetros valores distintos em cada nó. Uma sugestão para se implementar isto consiste em se realizar a atribuição de valores da maneira usual (caso isotrópico) e adicionar em seguida pequenas perturbações a estes valores nodais. Na seção 5.5 mais adiante encontra-se um exemplo no qual é adotado um procedimento deste tipo.

Compatibilidade

A esta altura da discussão, o problema de atribuição de valores para o micro-controle através de η_{ij} e ξ_{ij} se reduz à escolha de uma combinação (η,ξ) na faixa útil de operação, a qual

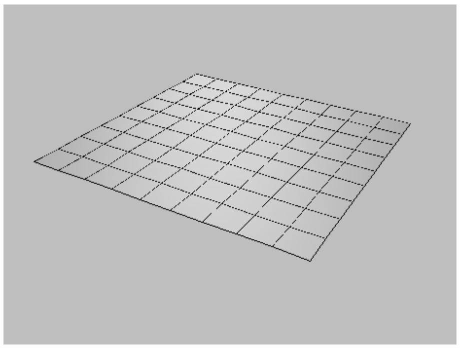
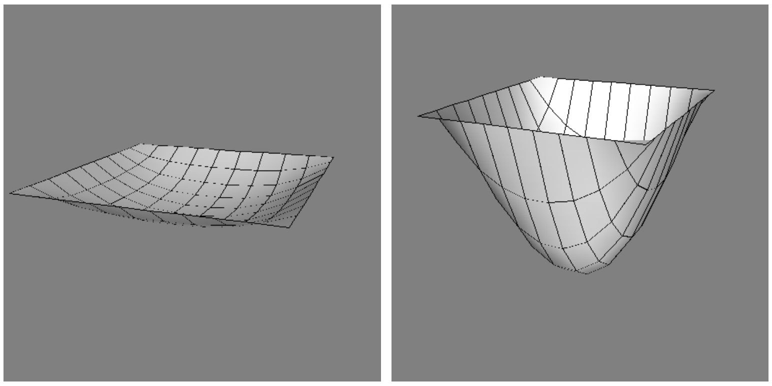


Figura 3.10: Superfície plana em repouso, com bordo fixo.



(a) (b)

Figura 3.11: Valores diferentes para a resistência ao alongamento.

seja compatível sob o ponto de vista da Geometria Diferencial.

Para se entender melhor a interdependência entre η e ξ, é interessante analisar, sob o ponto de vista geométrico, o significado tanto da variação dos elementos G_{ij} e B_{ij} quanto da interrelação entre estas variações. Como já mencionado anteriormente, a variação do tensor $\mathbf{G}$ corresponde à variação de área, enquanto a variação de $\mathbf{B}$, à variação da curvatura média. A interrelação destas variações (seção 2.1) se verifica com o fato de que, em geral, não se consegue variar a área de uma superfície sem se produzir alguma curvatura nela. Intuitivamente, pode-se imaginar a situação de um objeto deformável, cuja forma no estado de repouso corresponde a uma superfície plana retangular, presa em toda a sua borda, como mostra a Fig. 3.10. A um efeito de curvatura, estará associado inevitavelmente um fenômeno de alongamento (aumento de área), já que a configuração da borda é mantida constante.

Na Fig. 3.11 tem-se duas superfícies que se encontravam originalmente no estado descrito na Fig. 3.10. As superfícies têm resistência ao alongamento η distintas. Aplica-se uma força gravitacional e, após um determinado tempo, elas atingem as respectivas configurações ilustradas. Como já foi visto, quanto maior for o valor de η, a superfície oferecerá maior resistência ao

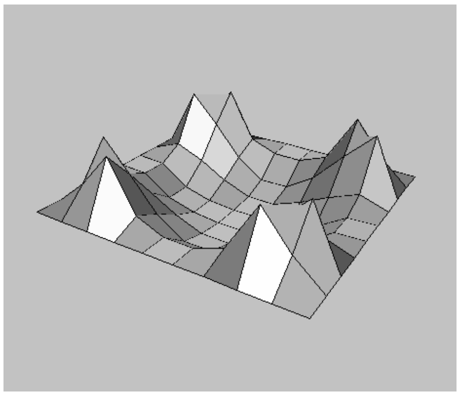


Figura 3.12: Combinação incompatível para η_{ij} e ξ_{ij}.

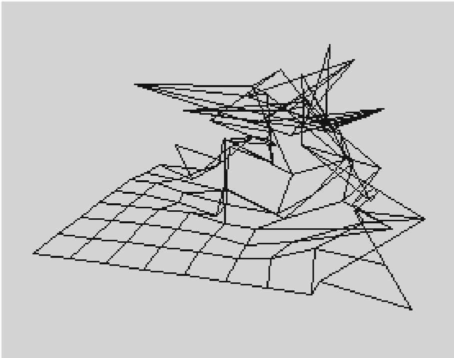


Figura 3.13: Outro exemplo de incompatibilidade.

alongamento e quanto maior for o valor de ξ, a superfície oferecerá maior resistência à curvatura. Ao se diminuir o valor de η, mantendo-se fixo o valor de ξ em um certo patamar, é atingida uma região de incompatibilidade, onde a superfície tem facilidade de se alongar, mas, ao tentar formar área e curvar-se, encontra uma grande resistência à curvatura. Os efeitos produzidos nestes casos não são realistas. Uma ilustração do que ocorre é dada pela Fig. 3.12. Nesta situação, tem-se um valor baixo para a resistência ao alongamento η e um valor relativamente alto para a resistência à curvatura ξ. Partindo das mesmas condições iniciais da Fig. 3.10, verifica-se a formação de regiões ponteagudas na superfície e sua dinâmica não se assemelha à de nenhum objeto encontrado comumente no mundo real. Outro exemplo de incompatibilidade é dado na Fig. 3.13. A situação é a mesma do caso ilustrado inicialmente na Fig. 3.3, sendo que agora diminui-se a resistência ao alongamento, enquanto mantém-se um valor razoavelmente alto para a resistência de curvatura. Este é um exemplo claro de como uma combinação (η, ξ) descuidada pode degradar a dinâmica das deformações.

Neste trabalho, ênfase é dada à procura de um conjunto de parâmetros com valores que permitam a simulação de superfícies com bastante resistência ao alongamento e pouca resistência à curvatura, para simular o comportamento de objetos flexíveis, porém, invariantes em área. A combinação (η,ξ) desejável apresentará valores altos de η e valores baixos de ξ. Conforme a equação (2.35), os fatores de ponderação η_{ij} passarão então a exercer maior influência no cálculo da energia interna que os ξ_{ij}.

3.2.3 Controle híbrido

Considere-se uma situação na qual, no limiar da região de incompatibilidade, se deseja aumentar ainda mais a resistência à curvatura ξ. Uma maneira de fugir dos efeitos não-realistas da incompatibilidade consiste em se aumentar também a resistência ao alongamento η, dificultando a formação de área e evitando assim a tendência à formação de curvas. Por sua vez, um aumento excessivo de η pode levar o sistema à instabilidade, trazendo efeitos indesejáveis.

Para se chegar às características de deformação procuradas, pode-se lançar mão do seguinte artifício: Utiliza-se um valor de η relativamente alto, porém, ainda dentro da faixa útil de estabilidade, e controla-se a curvatura por meio de β. Os valores para a rigidez de curvatura neste caso passam a ser invariantes, independentemente dos efeitos gerados pelo alongamento. Em determinadas situações, esta energia constante de curvatura acumulada que tende a manter a superfície plana pode parecer natural. Em adição a isto, o emprego de η evita o efeito indesejado de encolhimento obtido se o alongamento fosse controlado por α. A este tipo de combinação, onde mistura-se parâmetros das duas abordagens de micro-controle, é dado o nome de controle híbrido.

Um exemplo de aplicação pode ser visto na Fig. 3.14, onde, mais uma vez, tem-se uma superfície presa em três vértices e levantada por uma força externa atuando no quarto vértice. O controle é realizado através de uma combinação (η, β). É interessante comparar esta figura com as Figs. 3.3 e 3.8, onde o controle de deformabilidade foi efetuado por meio de combinações (η, ξ) e (α, β), respectivamente. Comparando-se com a Fig. 3.3, pode-se notar o quanto a superfície conserva-se plana, por influência do parâmetro β. Já em comparação com a Fig. 3.8, observa-se o desaparecimento do efeito de encolhimento, tendo em vista que o controle de alongamento é agora feito por η. A superfície aparenta ser bastante rígida.

O controle híbrido estende ainda mais a versatilidade do modelo e proporciona uma perpectiva interessante de modelagem em casos específicos onde a força restauradora de curvatura é bastante pronunciada. A superfície é levada a um comportamento dinâmico que muito se assemelha ao de uma chapa metálica.

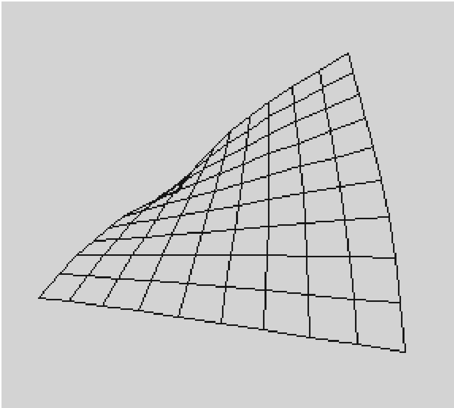


Figura 3.14: Efeito do controle híbrido da deformabilidade.

3.3 A escolha de valores para os parâmetros

Uma das vantagens naturalmente embutidas em modelos fisicamente embasados é a possibilidade de se explorar o caráter intuitivo dos parâmetros, tendo em vista que os mesmos estão associados a entidades físicas encontradas no mundo real. No caso estudado, pode-se dar o exemplo dos parâmetros μ e $\vec{\mathbf{f}}$, que estão associados à massa e às forças externas, respectivamente. É desejado que, na atribuição destes valores, se use um sistema de unidades habitual, onde se possa ter uma boa intuição do conjunto de valores a serem adotados para simular determinado material. Por exemplo, para simular o movimento de uma cortina, pode-se pensar em uma superfície de dimensões $2m \times 2m$, com uma massa de $3Kg$ e forças atuantes na faixa de $10N$ (N=Newtons). Embora qualquer conjunto consistente de unidades físicas possa ser adotado, o emprego de unidades do Sistema Internacional (SI ou MKS), por ser o mais usual, é geralmente o mais indicado para se obter um bom ponto de partida para o conjunto de valores a serem atribuídos.

Entretanto, na abordagem de micro-controle por η e ξ, quando as demais grandezas físicas são colocadas em uma faixa de valores semelhantes aos do mundo real, em unidades SI, observa-se que os valores úteis daqueles dois parâmetros se apresentam em uma ordem de grandeza muito pequena, se comparados aos valores dos parâmetros de macro-controle. De acordo com obervações anteriores, por razões numéricas, valores muito grandes de η ou ξ resultam em instabilidade e valores pequenos demais não produzem mudanças substanciais no comportamento dinâmico da superfície. Do ponto de vista computacional, por trabalhar-se com precisão finita, a faixa útil de valores para η e ξ pode vir a ficar bastante restrita, a ponto de praticamente não se conseguir variar seus valores.

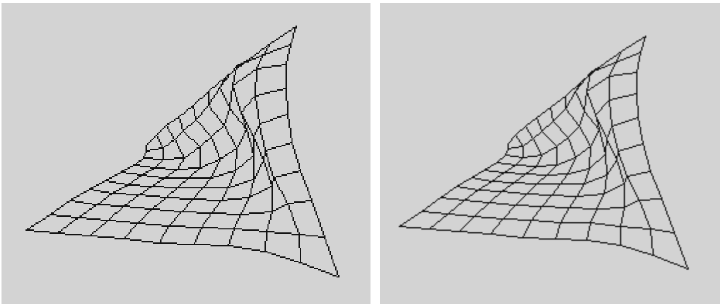
Uma maneira de se evitar este problema numérico consiste em se atribuir valores altos aos parâmetros de macro-controle. Desta forma, aumenta-se indiretamente o limitante superior (imposto pela estabilidade) para η e ξ, permitindo variações em uma faixa mais larga. Como conseqüência, consegue-se uma gama de efeitos mais notáveis nas simulações.

Na escolha de valores suficientemente grandes para os parâmetros de controle, dois pontos devem ser considerados:

- Pode-se vir a trabalhar com combinações de valores que tornem difícil fazer-se comparações entre estes valores e os valores das grandezas encontradas no mundo real. Procura-se, em contrapartida, um modo de se conservar este aspecto intuitivo.
- Para se conservar as características ditadas pelos parâmetros de macro-controle, estes devem aumentar de maneira conjunta, de modo que sejam preservadas as suas relações.

Visando atender a estas duas questões, foi elaborado um procedimento para a escolha dos valores, descrito como segue:

Define-se inicialmente os valores das grandezas físicas de acordo com um sistema de medidas ao qual se está habituado (no caso, o Sistema Internacional). A seguir, faz-se algum escalonamento apropriado para estas grandezas, de modo que assumam valores adequados à realização dos cálculos numéricos. Uma idéia trivial, porém, eficaz para este escalonamento foi inspirada nas observações do final da seção 3.1, com respeito à equivalência entre os triplos $(a\mu, b\gamma, c\vec{\mathbf{f}})$. Consiste em se multiplicar ambos os lados da equação (2.31) por uma constante positiva de valor elevado. Com isto, aumenta-se proporcionalmente os valores de μ, γ e $\vec{\mathbf{f}}$ para indiretamente poder-se alcançar valores maiores de η e ξ. Chega-se então a um novo sistema, que é equivalente ao anterior, do ponto de vista físico e, no entanto, numericamente mais estável. Finalmente, com base nos resultados obtidos, pode-se realizar o micro-controle, através do ajuste fino dos parâmetros de deformabilidade η e ξ para se atigir um comportamento de deformação procurado.



(a) (b)

Figura 3.15: Combinações equivalentes de parâmetros.

A Fig. 3.3, que por uma questão de conveniência é repetida na Fig. 3.15, oferece um exemplo aonde este procedimento foi utilizado. Na Fig. 3.15(a), foram atribuídos os valores: $\mu = 20$, $\gamma = 20$ e $c = 10.6$ (c é a constante elástica de uma mola cuja força atua sobre o quarto vértice). Tem-se ainda: $\eta = 0.01$ e $\xi = 0$. Com o escalonamento, é produzido o resultado ilustrado na Fig. 3.15(b), onde: $\mu = 2000$, $\gamma = 2000$, $c = 1060$, $\eta = 1$ e $\xi = 0$. Observa-se que, após ter-se multiplicado por 100 os valores associados ao macro-controle, foram atribuídos valores maiores aos parâmetros η e ξ, chegando-se ao mesmo resultado visual. Além disto, como foi mencionado, torna-se possível obter outros comportamentos, como o da Fig. 3.16, aumentando-se o valor de ξ. No caso, $\xi = 3 \times 10^{-4}$.

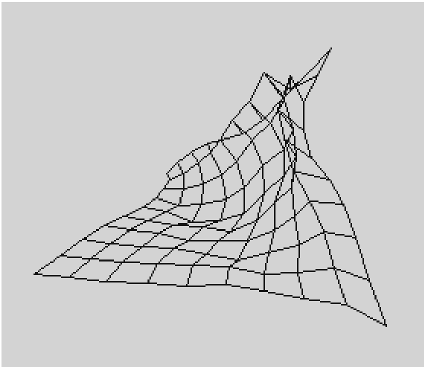


Figura 3.16: Efeito de um aumento na resistência de curvatura ξ.

O procedimento proposto fornece uma maneira adequada de integrar os dois escopos de controlabilidade (*i.e.*: macro e micro-controle). Juntamente com as informações sobre as diversas abordagens de controle e os papéis de cada um dos parâmetros, tem-se agora um arsenal de recursos para explorar a versatilidade do modelo e gerar animações com um bom grau de realismo. Em comparação à estratégia de controlabilidade proposta por Thalmann *el al.* [20], a abordagem desenvolvida neste capítulo é mais direta, mais intuitiva e apresenta uma menor complexidade computacional.

Evitando-se problemas de instabilidade numérica, através do escalonamento, pode-se isolar e analisar os casos em que a geração de superfícies não-verossímeis provém somente de incompatibilidade na combinação de valores (η, ξ). O caso de incompatibilidade se distingue de um caso comum de instabilidade no seguinte sentido: A incompatibilidade pode ser evitada com um aumento de valor em parâmetros de micro-controle. Tipicamente, através de um aumento na rigidez de alongamento η, pode-se voltar a resultados realistas. Já em um caso comum de instabilidade, o aumento dos parâmetros de micro-controle somente contribui para tornar o sistema ainda menos realizável. Nestes casos deve-se aumentar os parâmetros de macro-controle (*i.e.*: realizar o escalonamento) para fugir da instabilidade. A Fig. 3.17 mostra um esquema simplificado dos efeitos associados às regiões de operação para as combinações (η, ξ). Estudos mais detalhados sobre superfícies não-verossímeis serão apresentados no capítulo 4.

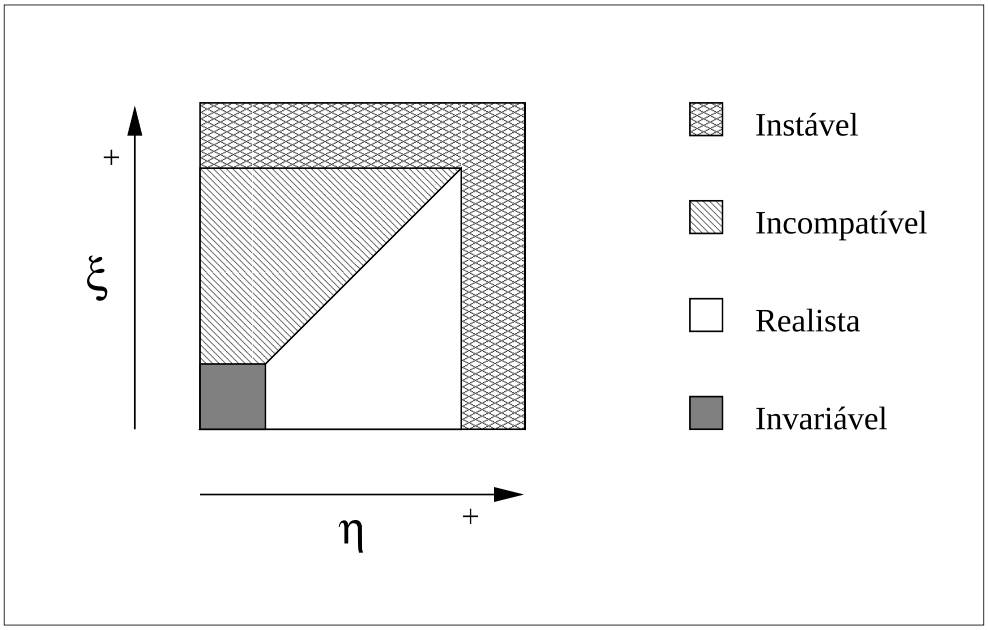
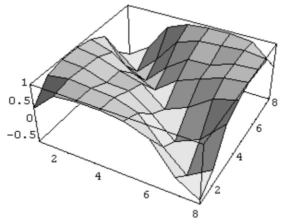


Figura 3.17: Esquema simplificado das regiões de operação com (η, ξ).



Capítulo 4

Testes de Validade

Como foi visto anteriormente, dependendo dos valores atribuídos aos parâmetros e das restrições aplicadas, alguns quadros não-realistas podem ser produzidos durante uma animação. Além do recurso visual, seria interessante desenvolver-se algum método para testar a veracidade das superfícies geradas. Neste capítulo, serão apresentados dois algoritmos elaborados para testar a verossimilhança das superfícies, os quais são denominados *testes de validade*. Diversos experimentos foram realizados e alguns dos resultados obtidos serão mostrados, seguidos de comentários.

O primeiro dos testes de validade é denominado Teste de Compatibilidade e foi baseado na teoria de superfícies. O segundo, o Teste de Limiar Negativo, resulta da observação de valores associados aos parâmetros de micro-controle, tendo assim um emprego específico para o modelo em estudo. Estes testes são incorporados na implementação do modelo para detetar situações ao longo de uma animação onde as formas produzidas se degeneram gerando superfícies não-verossímeis.

4.1 Teste de Compatibilidade

Revisando o que foi citado na seção 2.1.3, existem relações entre a métrica e a curvatura de uma superfície. Partindo das equações (2.15), na busca de relações entre os dois tensores, chega-se a expressões que envolvem os elementos dos tensores e suas derivadas. Para se chegar às equações de compatibilidade [8], é necessário incorporar as condições (2.16), reescritas nas equações (4.1) como

$$\begin{aligned}(\vec{\mathbf{r}}_{a_1a_1})_{a_2} &= (\vec{\mathbf{r}}_{a_1a_2})_{a_1}\\ (\vec{\mathbf{r}}_{a_2a_2})_{a_1} &= (\vec{\mathbf{r}}_{a_2a_1})_{a_2}\\ \hat{\mathbf{n}}_{a_1a_2} &= \hat{\mathbf{n}}_{a_2a_1}\end{aligned} \tag{4.1}$$

De acordo com as igualdades vetoriais (4.1), uma comutação na seqüência em que as variáveis de derivação aparecem não altera o resultado da derivada parcial. Isto sugere que, para haver compatibilidade entre alongamento e curvatura, uma superfície deve apresentar-se bastante suave, ou em outras palavras, com boas características de diferenciabilidade.

A motivação para o emprego das condições (4.1) na teoria de superfícies advém do estudo de equações diferenciais parciais, onde sua aplicação fornece freqüentemente resultados interessantes. Baseando-se na verificação de tais igualdades, desenvolveu-se o Teste de Compatibilidade, descrito a seguir.

4.1.1 Implementação

O Teste de Compatibilidade proposto consiste em se calcular as derivadas parcias vetoriais que constituem cada uma das equações (4.1) e verificar se ocorrem as respectivas igualdades. Tendo em vista que dois vetores são iguais se, e somente se, suas direções e seus módulos são idênticos, a verificação de igualdade entre as derivadas parciais é feita comparando-se os módulos dos vetores obtidos e o ângulo entre eles.

Segundo a seção 2.2.2, a superfície no espaço contínuo é discretizada em uma malha de $M \times N$ nós. Os pontos tomados da superfície, $\vec{\mathbf{r}}(a_1, a_2)$, são armazenados nas variáveis nodais $\vec{\mathbf{r}}(\mathbf{m}, \mathbf{n})$. Empregando técnicas comuns de diferenças finitas, semelhantes àquelas utilizadas em [7], foi feita a implementação das derivadas parciais que aparecem nas equações (4.1).

Durante a implementação, algumas questões foram levantadas. Em primeiro lugar, as equações (4.1) envolvem derivadas parciais de até terceira ordem, o que pode gerar erros muito grosseiros quando implementado sob a forma de diferenças em uma malha de resolução baixa. Além disto, no desenvolvimento das expressões para o cálculo de derivadas parciais cruzadas, torna-se necessário definir as diferenças de forma que se tome uma vizinhança de pontos distinta, dependendo da ordem em que as derivadas apareçam em cada termo de uma equação. Estas definições devem ser escolhidas cuidadosamente, porém, não adicionam complexidade significativa ao teste.

O cálculo das derivadas parciais vetoriais (4.1) é feito em cada quadro da animação, para cada nó da malha, excetuando-se aqueles próximos à fronteira, onde a vizinhança não está definida. Em cada equação, os dois vetores calculados devem ser iguais. Para verificar a igualdade entre os módulos dos vetores, toma-se a razão entre eles (λ) e, para comparar suas direções, toma-se o cosseno do ângulo entre os mesmos (ν), obtido através de produto interno. Por exemplo, para a primeira das equações (4.1), toma-se os valores

$$\lambda_1(a_1, a_2) = \frac{|(\vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_1})_{a_2}|}{|(\vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_2})_{a_1}|} \tag{4.2}$$

e

$$\nu_1(a_1, a_2) = \frac{(\vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_1})_{a_2} \cdot (\vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_2})_{a_1}}{|(\vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_1})_{a_2}|\ |(\vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_2})_{a_1}|} \tag{4.3}$$

em cada ponto da superfície. Das equações (4.2) e (4.3) são esperados valores λ_1 e ν_1 próximos de 1 para superfícies realistas. Devido à grande quantidade de dados a serem colhidos, procurou-se inicialmente utilizar o teste em simulações onde se verificassem simetrias nas superfícies geradas, com relação às linhas de parametrização. Em vista desta simetria, pode-se descartar os valores λ_2 e ν_2, relativos à segunda das igualdades (4.1), por serem semelhantes aos obtidos da primeira delas.

Realizaram-se alguns ensaios com versões distintas do teste, que diferem na maneira como foram escolhidas as diferenças finitas (*i.e.*: para frente ou para trás). Dentre as diversas alternativas, uma implementação pareceu ser a mais apropriada. Utilizou-se, para a primeira equação (4.1), a composição de diferenças $D_2^+(D_{11}(\vec{\mathbf{r}}))[m,n]$ para aproximar a derivada $(\vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_1})_{a_2}$ e a composição $D_1^+(D_{12}^-(\vec{\mathbf{r}}))[m,n]$ para a derivada $(\vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_2})_{a_1}$. As expressões detalhadas encontram-se no apêndice A. Procedendo desta maneira, as variáveis nodais envolvidas nos cálculos para um dado nó $[m,n]$ passam a ser aquelas ilustradas na Fig. 4.1.1. A partir da

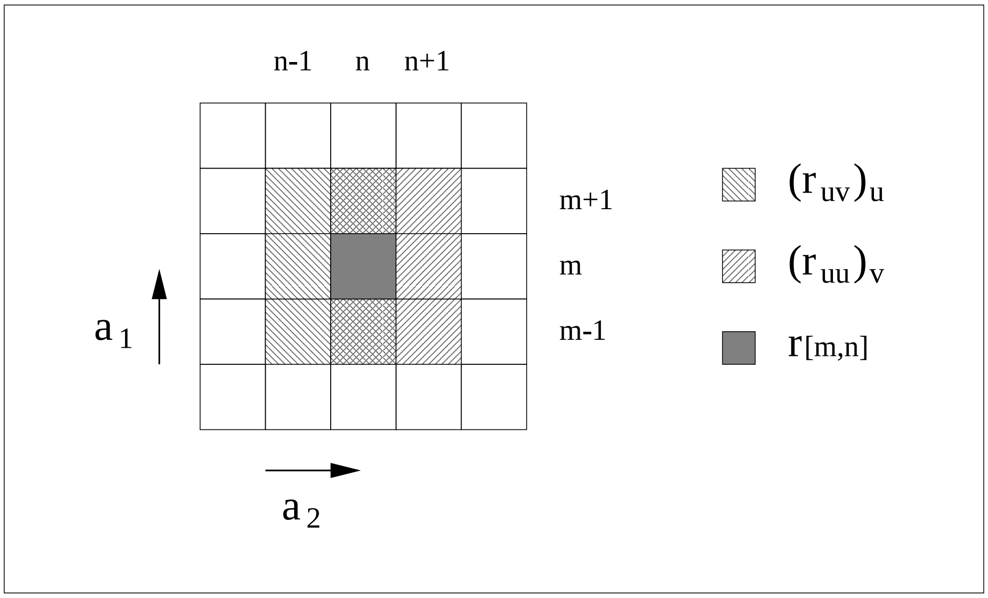


Figura 4.1: Vizinhança envolvida nos cálculos para a primeira das equações (4.1).

figura, pode-se observar alguns aspectos interessantes desta implementação. Em primeiro lugar, calculando-se as diferenças desta maneira, é possível levar em conta informações de toda a vizinhança do nó $[m, n]$. Além disto, preserva-se uma simetria com relação à posição dos nós envolvidos nos cálculos de cada um dos vetores, mantendo-se o nó $[m, n]$ na posição central. As diferenças finitas cujo cálculo referencia pontos fora da faixa $M \times N$ recebem valor *zero*. Isto ocorre nos nós de toda a região da borda e somente nela. Por conseguinte, somente os pontos interiores são considerados no teste, sendo a região da borda excluída naturalmente.

A seguir, encontram-se alguns resultados ilustrativos desta implementação, aplicada a exemplos de superfícies descritas no capítulo 3. As superfícies têm resolução 10×10. Excluindo-se os valores relacionados aos pontos da fronteira (os quais valem *zero*), tem-se então, para a primeira das equações (4.1), duas matrizes 8×8 com os valores nodais $\lambda_1[m, n]$ e $\nu_1[m, n]$ provenientes dos cálculos de (4.2) e (4.3), respectivamente. Para facilitar a análise dos valores contidos em cada uma destas matrizes, os mesmos foram dispostos sob a forma de gráficos, gerados com o auxílio do *software* Mathematica [35]. Cada matriz fornece então uma superfíce a partir dos valores associados aos seus elementos.

Uma vez que o teste envolve os cálculos com a primeira e a terceira das equações (4.1), são mostrados, para cada superfície no espaço, um conjunto de quatro gráficos. Os dois primeiros ilustram, respectivamente, os valores de $\lambda_1[m, n]$ e $\nu_1[m, n]$. Os outros dois referem-se aos valores de $\lambda_3[m, n]$ e $\nu_3[m, n]$, provenientes das expressões (4.4) e (4.5) para a terceira equação (4.1):

$$\lambda_3(a_1, a_2) = \frac{|\hat{\mathbf{n}}_{a_1 a_2}|}{|\hat{\mathbf{n}}_{a_2 a_1}|} \tag{4.4}$$

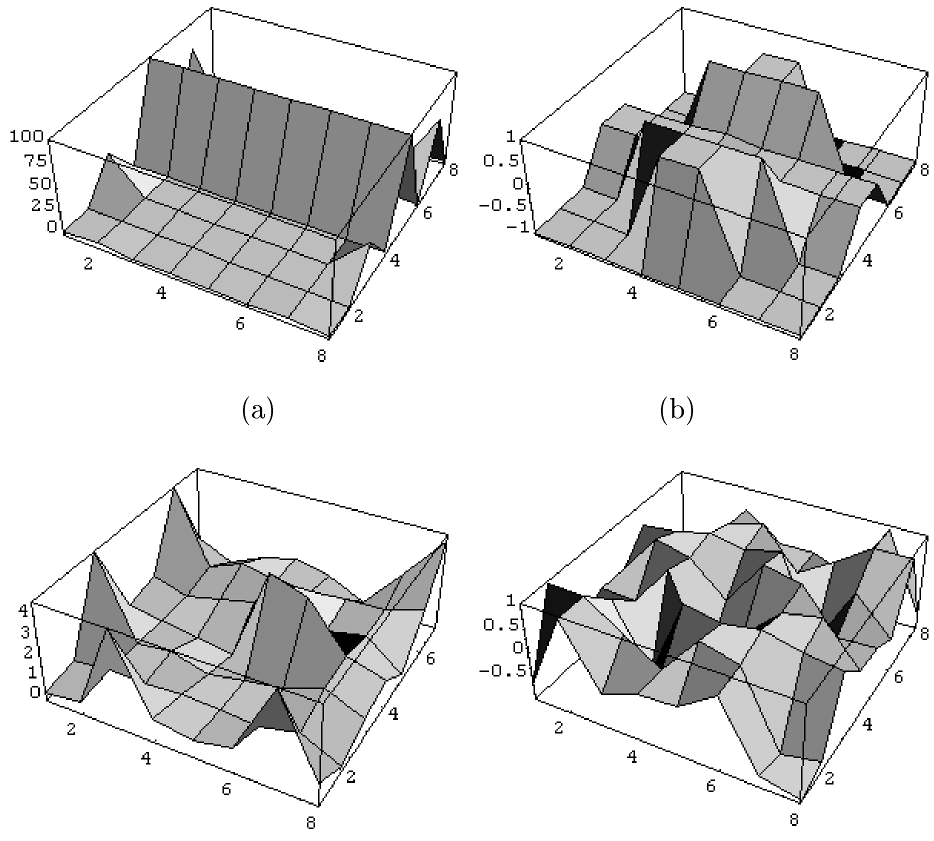
e

$$\nu_3(a_1, a_2) = \frac{\hat{\mathbf{n}}_{a_1 a_2} \cdot \hat{\mathbf{n}}_{a_2 a_1}}{|\hat{\mathbf{n}}_{a_1 a_2}|\ |\hat{\mathbf{n}}_{a_1 a_2}|}. \tag{4.5}$$

Para cada exemplo de superfície analisado, os gráficos serão referenciados simplesmente por: λ_1, ν_1, λ_3 e ν_3.

Convém salientar que no caso de uma superfície extremamente suave os gráficos resultantes seriam planos horizontais, deslocados de uma unidade para cima do plano horizontal que passa pela origem. Sendo assim, as características que devem ser observadas em cada conjunto de gráficos são a suavidade e a amplitude das variações em torno do valor 1.

Como primeiro exemplo, encontram-se na Fig. 4.2 os gráficos oriundos da aplicação do teste à superfície da Fig. 3.12. Este é um exemplo de superfície não-realista. Como era de se esperar, observa-se nos gráficos de λ_1 e λ_3 (Figs. 4.2(a) e 4.2(c)) a formação de alguns picos e nos gráficos de ν_1 e ν_3 (Figs. 4.2(b) e 4.2(d)) verifica-se a ocorrência de oscilações entre -1 e 1. Um segundo exemplo para superfícies não-verossímeis pode ser visto na Fig. 4.3. Este é relativo à superfície da Fig. 3.9(c). Observa-se também neste caso a ocorrência de picos e oscilações.



(a) (b)

(c) (d)

Figura 4.2: Resultados do Teste de Compatibilidade aplicado à superfície apresentada na Fig. 3.12.

Em particular, na Fig. 4.3(d), é bastante notória a irregularidade que se verifica para os valores de ν_3.

Para exemplificar o caso de superfícies mais suaves e realistas, aplicou-se o teste à superfície ilustrada na Fig. 3.11(b). Os gráficos resultantes são aqueles da Fig. 4.4. Comparando-se esta figura com as Figs. 4.2 e 4.3 pode-se observar que os gráficos são agora mais regulares e os valores para λ_1 e λ_3 são menores e mais próximos da unidade.

É importante notar que a condição de suavidade imposta pelas equações (4.1) pode vir a ser forte demais para testar superfícies discretizadas usando uma malha de resolução modesta. Regiões localmente suaves seriam mascaradas dependendo dos pontos amostrados, gerando resultados depreciativos. Estes resultados podem ser melhores quando o teste é aplicado a uma malha mais refinada, embora com um maior custo computacional.

Dois outros bons exemplos para convalidar o teste podem ser vistos nas Figs. 4.5 e 4.6. Estes correspondem às deformações ilustradas nas Figs. 3.13 e 3.14, respectivamente. Com

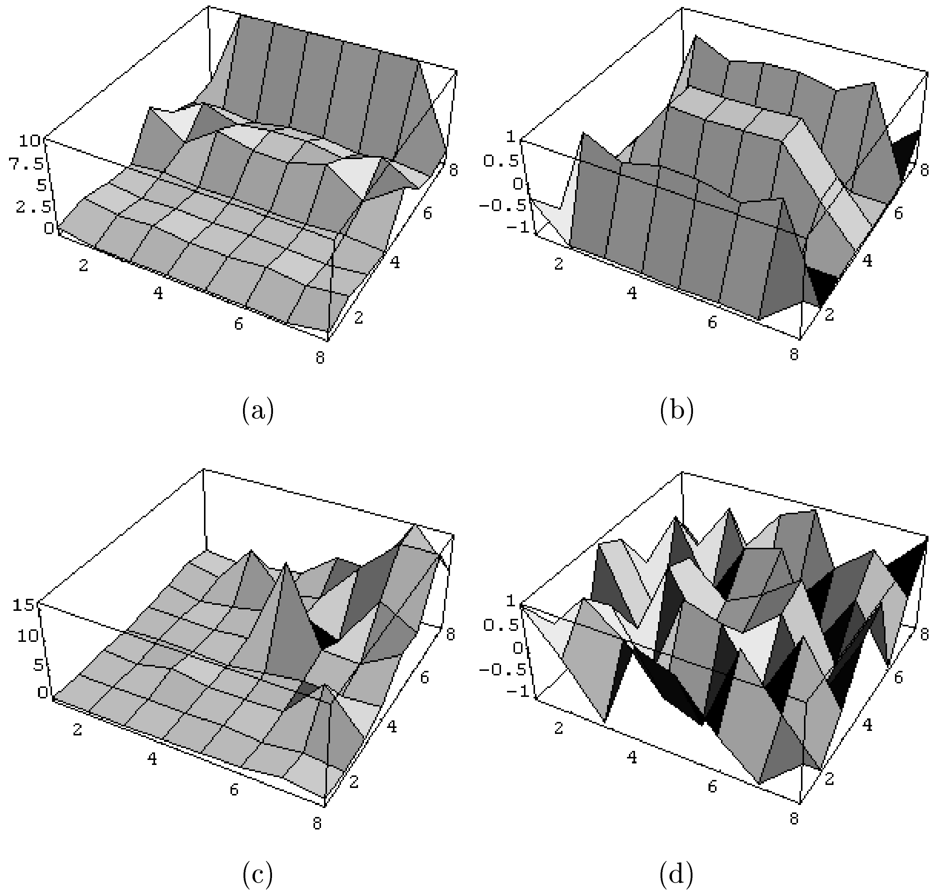


Figura 4.3: Resultados do Teste de Compatibilidade aplicado à superfície apresentada na Fig. 3.9(c).

relação à suavidade, as mesmas observações anteriores podem ser aplicadas. Observando-se os resultados correspondentes, para cada conjunto de dados, pode-se perceber o quanto vêm a diferir em regularidade os respectivos gráficos quando duas formas (Fig. 3.13 e Fig. 3.14) com grau de realismo tão diferentes são consideradas.

4.1.2 Comentários

Por envolverem informações sobre o vetor normal, $\hat{\mathbf{n}}$, os valores de λ_3 e ν_3 atuam como bons discriminantes para as características de suavidade. Em particular, os valores de ν_3 parecem ser os que mais expressivamente indicam o nível de realismo das superfícies. A variação de direção dos vetores normais reflete diretamente o comportamento dos pontos da superfície. Estudos mais aprofundados sobre as condições de compatibilidade (4.1), envolvendo também outras técnicas de manipulação e visualização dos dados colhidos, podem levar à elaboração de boas ferramentas para análise de superfícies. Testes que utilizem um conjunto mais apropriado de discriminantes

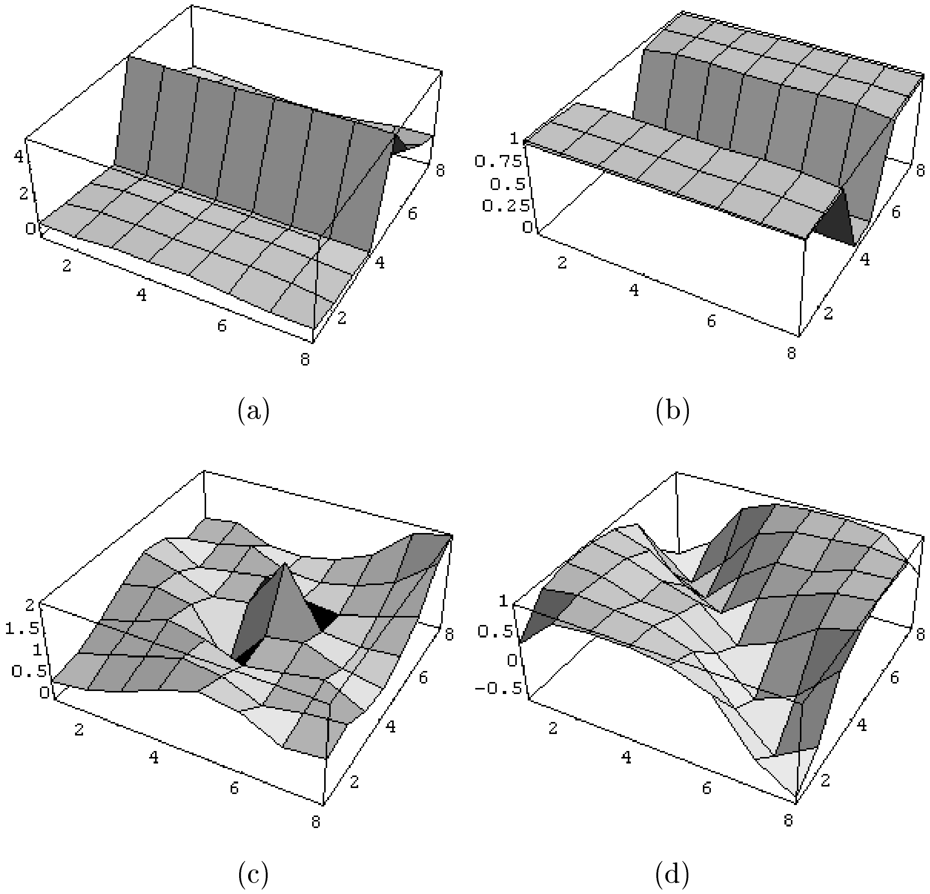


Figura 4.4: Resultados do Teste de Compatibilidade aplicado à superfície apresentada na Fig. 3.11(b).

podem ser mais rápidos e eficientes.

Com este teste de compatibilidade, dispõe-se de um novo instrumento para avaliar não só as superfícies geradas através deste modelo em estudo, mas também alguns casos mais gerais de superfícies discretizadas segundo malhas retangulares, visto que os cálculos dependem apenas de características geométricas, não envolvendo parâmetros específicos do modelo.

4.2 Teste de Limiar Negativo

Através de uma análise cuidadosa do papel de α no cômputo do termo $\vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}})$ na equação (2.36), concluiu-se que quando algum α_{ij} assume valores muito negativos, os próximos quadros a serem gerados tendem a ser não-realistas, É gerada uma grande quantidade de energia potencial que, respondendo inadequadamente à ação da força externa $\vec{\mathbf{f}}$, pode provocar um deslocamento demasiadamente grande nos pontos. A superfície deforma-se de maneira exagerada, assumindo

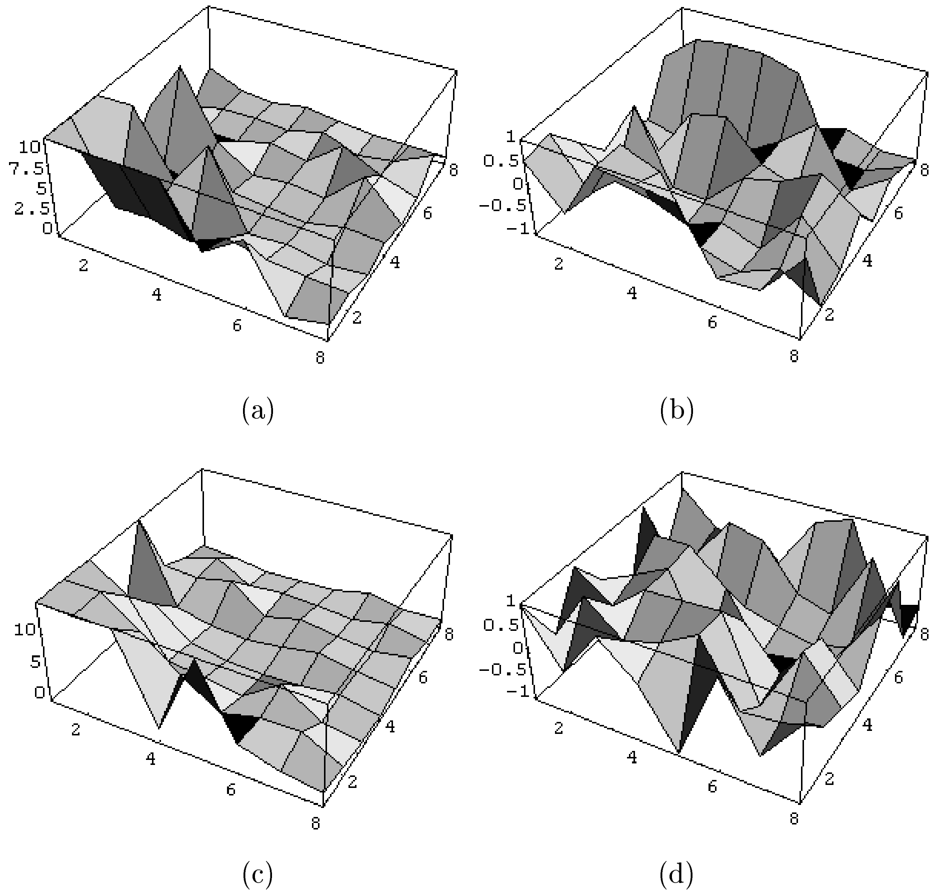


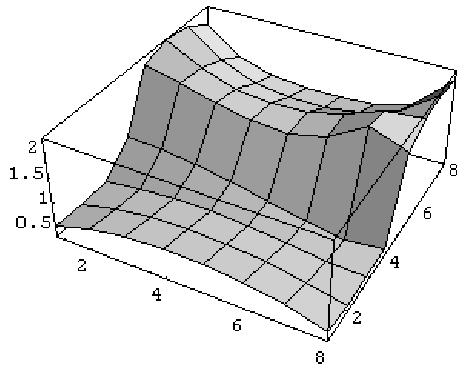
Figura 4.5: Resultados do Teste de Compatibilidade para a superfície não-realista da Fig. 3.13.

formas que visualmente não traduzem um resultado esperado. Tipicamente, isto ocorre quando valores de η e ξ são atribuídos fora da faixa útil (Fig. 3.17).

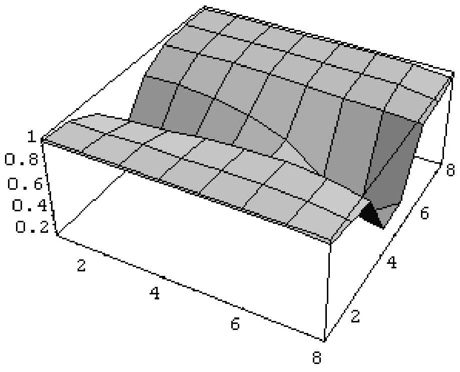
Constatou-se ainda que valores negativos de β_{ij}, apesar de também gerarem instabilidade, não são tão críticos. De acordo com as equações (2.15), isso se deve ao fato de que B_{ij} são medidas de curvatura, que podem se contrabalançar com os valores de α_{ij}, conforme estudado na seção 3.2. Ao valor de α ou β a partir do qual começa-se a gerar superfícies não-realistas denomina-se *valor de limiar*. Este valor é determinado empiricamente, a partir de condicionantes geométricos.

4.2.1 Implementação

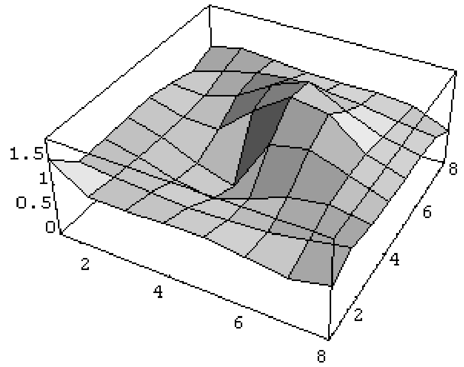
A implementação do Teste de Limiar é simples. Consiste em se comparar, para cada quadro gerado, os valores dos parâmetros α_{ij} e β_{ij}, em cada nó da malha, com os respectivos valores fixos de limiar: α_L e β_L. Quando os valores extrapolam o limiar, tem-se um sinal de que a simulação começa a produzir quadros que parecem não fazer sentido físico. Verificam-se



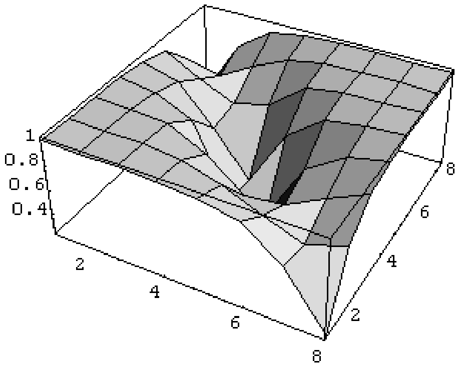
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.6: Resultados do Teste de Compatibilidade para a superfície suave da Fig. 3.14.

movimentos exagerados de dilatação e compressão e os valores de α e β oscilam entre negativo e positivo, aumentando em módulo progressivamente e resultando, às vezes, em casos sem solução numérica, como por exemplo, matriz de rigidez (equação (2.43)) singular.

Como um exemplo de aplicação deste teste, considere-se a seqüência de animação mostrada na Fig. 3.9 (seção 3.2.2), com valores de $\eta = 0.1$ e $\xi = 10^{-7}$. Naquela simulação, tem-se uma superfície plana, com toda a região da borda fixa. Uma força gravitacional é aplicada (perpendicularmente ao plano da superfície). Devido a estas restrições aplicadas e ao enorme valor de η, chaga-se àquele comportamento instável ilustrado.

No início da seqüência, existe um certo grau de realismo. A superfície é ainda suave e aparenta estar bastante tensionada. A partir de então, alguns valores de α_{ij} produzidos são menores que -0.3 (no caso, o valor de limiar). Estes valores vão oscilando desordenadamente com o decorrer da simulação, como mostra a Tabela 4.1. É interessante comparar estes valores com os respectivos quadros, mostrados na Fig. 3.9. Devido ao valor extremamente baixo atribuído a ξ (equação (2.38)), os valores de β mantêm-se em torno de *zero*.

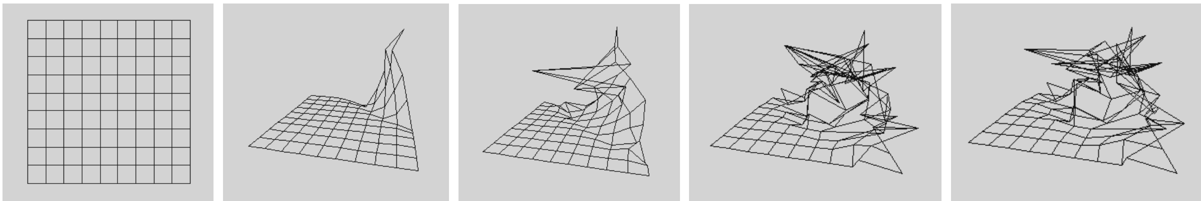
Quadro	α_{min}	α_{max}
0	0	0
5	-3.281×10^{-1}	5.179×10^{-1}
6	-3.161	9.737
7	0.000	2.666×10^{3}
15	-2.157	1.237×10^{3}

Tabela 4.1: Faixa de variação de α para os quadros da Fig. 3.9.

Quadro	α_{min}	α_{max}
0	0	0
20	0.000	1.380
44	-2.116×10^{-1}	5.807
59	-2.308×10^{-1}	5.025×10^{1}
60	-1.002×10^{-1}	1.525×10^{1}

Tabela 4.2: Faixa de variação de α para os quadros da Fig. 4.7.

Outro exemplo pode ser tomado da seqüência de animação à qual pertence a Fig. 3.13. Esta é ilustrada na Fig. 4.7 e a Tabela 4.2 mostra os valores associados a cada quadro. O valor de limiar pode ser tomado como sendo: $\alpha_L = -0.2$ Da Tabela 4.2 nota-se que o Quadro



(a) (b) (c) (d) (e)

Figura 4.7: Superfície instável variando ao longo do tempo.

60 da seqüência apresenta uma faixa de variação mais estreita que aquela do quadro anterior. Isto, no entanto, não caracteriza uma tendência à estabilidade. Apenas faz parte da natureza oscilatória dos valores. Ao estender-se a simulação a quadros subseqüentes, pode-se comprovar que os valores de α tenderão novamente a se expandir (*e.g.*: No Quadro 80 tem-se $\alpha_{min} < -0.3$ e $\alpha_{max} > 118$).

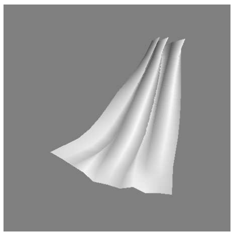
Para examinar o que ocorre no caso de uma simulação estável, é citado o exemplo de aplicação do teste à simulação de onde foi extraída a superfície da Fig. 3.11b. Até aquele quadro, os valores de α encontram-se no intervalo entre -10^{-4} e 0.03, enquanto β mantém-se próximo de *zero*.

Finalmente, vale ressaltar que este teste é tipicamente empregado quando o controle da deformabilidade é exercido através de η e ξ. Em geral, não há sentido em se monitorar os valores de α ou β quando os mesmo são atribuídos e não calculados. Um exemplo disto é encontrado no caso da animação à qual pertence a Fig. 3.14. Os valores de α chegam a valer cerca de -3 e a simulação, entretanto, é ainda estável, visto que o controle de curvatura é feito através de manipulação direta com a atribuição: $\beta_{11} = \beta_{22} = 1$.

4.2.2 Comentários

A natureza subjetiva do que vem a ser o *limiar da instabilidade* traz certa dificuldade em uma determinação mais exata de α_L e β_L. Além disto, o valor exato que ao ser extrapolado gera resultados anormais depende muito das restrições utilizadas em cada simulação, bem como dos parâmetros de macro-controle μ, γ e $\vec{\mathbf{f}}$. Contudo, os experimentos com o teste de limiar levaram a concluir que os valores de limiar estão usualmente em torno de -0.2, tanto para α quanto para β, e o teste tem se mostrado útil em detectar quadros não-realistas na grande maioria das simulações feitas.

Por basear-se nas equações (2.37) e (2.38) do modelo, que incluem além dos aspectos geométricos também aspectos físicos, o Teste de Limiar Negativo não é apenas um procedimento para monitorar o comportamento dos quadros gerados em uma seqüência. As situações de instabilidade númerica e os quadros desordenados produzidos são, no fundo, resultados de inconsistências nas equações que regem o comportamento da superfície deformável. Isto sugere a implementação de algum mecanismo natural de impedir que os valores diminuam indefinidamente abaixo do valor de limiar. Considerando o efeito que ocorre no mundo real, observa-se que tal fenômeno corresponde a uma disrupção. No entanto, a implementação de um modelo realista para fraturas não é uma tarefa trivial [16, 28].



Capítulo 5

Simulações

Neste capítulo será mostrada uma série de resultados, frutos dos estudos apresentados anteriormente. São quadros extraídos de diversas simulações, acompanhados de comentários. Algumas situações ilustradas foram selecionadas com o intuito de tornar mais claro certos aspectos mencionados anteriormente. A metodologia usada para atribuição de valores aos parâmetros será descrita em maiores detalhes. Ao examinar os exemplos, pode-se ter uma idéia da ordem de grandeza dos valores adotados e dos recursos utilizados para se obter os efeitos procurados.

Foram escolhidos ainda alguns casos para demonstrar a versatilidade do modelo de deformação estudado. Serão mostrados resultados obtidos através de outros modos de operação dos parâmetros, como por exemplo, os efeitos não-isotrópicos produzidos pela introdução de perturbações nos valores de parâmetros de deformabilidade em cada nó da malha.

5.1 Metodologia

Na realização das simulações os dados de entrada foram inseridos por meio de um arquivo-texto, chamado de *script*. Através dele são atribuídas as condições de contorno, os valores das grandezas físicas e outras variáveis relacionadas à implementação do modelo. Logo abaixo, é mostrado um exemplo de *script*, cuja interpretação será comentada a seguir.

```
delta_t   = 0.04
n_passos  = 60
grid       : 10 10
aceleracao : x = 0.0 y = -9.0 z = 0.0
velocidade : x = 0.0 y = 0.0 z = 0.0
```

```
eta        : 0.01 0.0 0.0 0.01
qsi        : 0.0001 0.0 0.0 0.0001
massa  = 20.0
gama   = 20.0
obj_deformavel : plano 6.0 0.0 6.0
n_restricoes = 4
restricoes = {
                  0   0 ponto_fixo
                  0   9 forca x=150.0 y=0.0 z=0.0
                  9   9 mola cte=1060.0 x=2.0 y=4.0 z=2.0
                  9   0 eixo_z
             }
```

A variável *delta_t* armazena o incremento temporal do método de integração no tempo, utilizado para resolver a equação diferencial (2.44). O valor atribuído a *n_passos* define o número de quadros a serem produzidos, e assim, essas duas grandezas determinam a duração da seqüência.

A discretização no espaço se dá por meio da variável *grid*. Através dela se estabelece o número de nós a serem tomados, ou seja, a resolução da malha. Quanto mais refinada for a superfície, melhores serão os resultados, porém, com um custo computacional mais elevado.

Em seguida, tem-se as componentes (x, y, z) do vetor aceleração da gravidade e do vetor velocidade inicial. A velocidade inicial, juntamente com a forma da superfície em estado de repouso, constitue as condições iniciais do sistema.

Observa-se, na continuação, as atribuições de valores para η e ξ (equações (2.37) e (2.38)). Coloca-se ali os valores que serão lidos respectivamente como η_{11}, η_{12}, η_{21}, η_{22} e analogamente para ξ. Define-se a seguir a *massa* total do objeto, μ, e em *gama* a constante de amortecimento total, γ.

Finalmente, vem a definição da forma e das dimensões do objeto, bem como das restrições a ele associadas e seus pontos de aplicação. O objeto deformável é uma superfície que pode ser definida como cone, cilindro, esfera, plano ou toro. Pode-se associar uma restrição a cada ponto da malha discretizada, sendo do tipo ponto-fixo, força constante, mola ou um movimento restrito à direção de um dos eixos coordenados (no exemplo acima, o eixo z).

Resumindo, o *script* acima representaria um plano horizontal (sendo a coordenada y na direção vertical), discretizado segundo uma malha de resolução 10×10 e com quatro restrições aplicadas em seus vértices. Raciocinando com as unidades no Sistema MKS, tem-se uma superfície com dimensões $6m \times 6m$ que se encontra submetida a uma aceleração gravitacional de $9m/s^2$, com massa igual a $20Kg$. A constante de amortecimento vale $20Kg/s$ e o incremento temporal é de $0.04s$.

5.2 Simulações equivalentes

De acordo com o procedimento proposto na seção 3.3, ao multiplicar-se os termos da equação (2.31) por algum fator, encontra-se um outro sistema que, do ponto de vista numérico, é mais conveniente que o original. Além de permitir maior flexibilidade, o novo sistema pode ainda reproduzir com bastante fidelidade os resultados visuais do sistema original, como ilustram as seções 5.2.1 e 5.2.2.

5.2.1 Cortina sendo recolhida

Partindo de um plano vertical, que seria a forma da cortina em estado de repouso, restringiu-se o movimento dos pontos na borda superior para que estes se movessem ao longo de uma reta. Em alguns destes pontos foram aplicadas forças na direção perpendicular ao plano e sentidos alternados. Simula-se assim a situação de uma cortina ao ser recolhida. O resultado, razoavelmente satisfatório, é ilustrado na Fig. 5.1. Um trecho do *script* com valores usados nesta simulação é mostrado a seguir.

```
grid       : 11 11
aceleracao : x = 0.0 y = -2.0 z = 0.0
velocidade : x = 0.0 y = 0.0 z = 0.0
eta        : 0.01 0.0 0.0 0.01
qsi        : 0.0 0.0 0.0 0.0
massa  = 3.0
gama   = 5.0
obj_deformavel : plano 2.0 2.0
```

A menos da gravidade, grandezas como a massa e as dimensões da cortina foram inicialmente atribuídas imaginando-se trabalhar com as unidades do Sistema MKS. Intuitivamente, este é um bom ponto de partida para o conjunto de valores. Porém, sendo os valores pequenos, a resistência à curvatura, ξ, foi forçosamente colocada como *zero* para evitar situações de instabilidade como a da Fig. 5.2, onde foi usado o *script* anterior, desta vez com $\xi_{11} = \xi_{22} = 1 \times 10^{-5}$.

Escalonando os valores do *script* anterior, chega-se a um resultado equivalente, mostrado na Fig. 5.3. Os valores do novo *script* são:

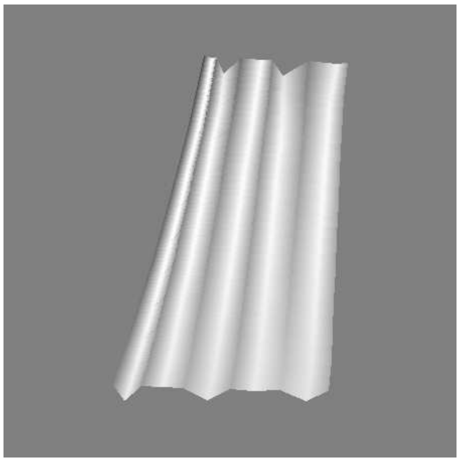


Figura 5.1: Cortina sendo recolhida.

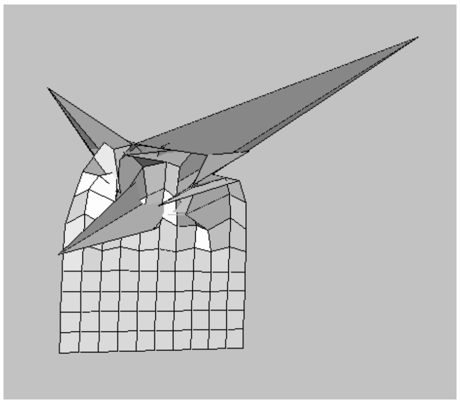


Figura 5.2: Instabilidade causada quando se atribui $\xi = 10^{-5}$.

```
grid       : 11 11
aceleracao : x = 0.0 y = -1.5 z = 0.0
velocidade : x = 0.0 y = 0.0 z = 0.0
eta        : 0.1 0.0 0.0 0.1
qsi        : 0.0 0.0 0.0 0.0
massa  = 50.0
gama   = 80.0
obj_deformavel : plano 2.0 2.0
```

5.2.2 Tecido sobre uma mesa

Para exemplificar outro caso de duas simulações equivalentes, é listado a seguir um trecho de um *script* que descreve uma superfície com comportamento de tecido, o qual cai, devido à

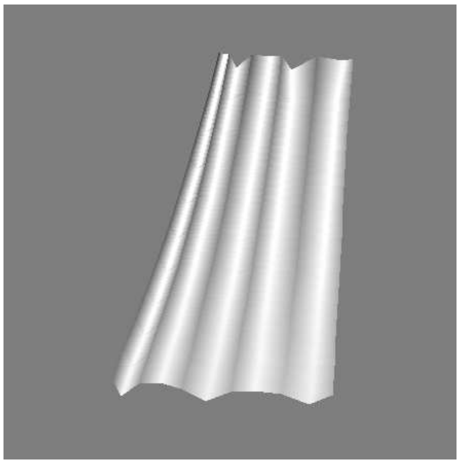


Figura 5.3: Cortina sendo recolhida, parâmetros escalonados.

ação da força gravitacional, cobrindo uma mesa de tampo quadrado. A simulação parte de uma forma planar horizontal, onde são fixos os pontos da região central e aplica-se uma força gravitacional. Para um tecido, a resistência à curvatura deve ser baixa, enquanto que os valores para o alongamento devem ser os maiores possíveis, dentro da faixa útil de operação.

```
grid       : 10 10
aceleracao : x = 0.0 y = -2.0 z = 0.0
velocidade : x = 0.0 y = 0.0 z = 0.0
eta        : 0.01 0.0 0.0 0.01
qsi        : 0.0 0.0 0.0 0.0
massa  = 27.0
gama   = 5.0
obj_deformavel : plano 6.0 6.0
```

Neste caso, usou-se $\xi_{11} = \xi_{22} = 0$. Por se atribuir valores pequenos aos demais parâmetros do modelo, os valores úteis de ξ_{11} e ξ_{22} são forçados a uma faixa muito próxima de *zero*. O valor para a aceleração da gravidade deve também ser modesto. Uma justificativa para isso seria evitar o efeito de alongamento que ocorre devido ao transiente nos primeiros quadros, além de compensar forças internas de outras naturezas que mantenham a superfície coesa, as quais foram ignoradas neste modelo de deformabilidade. Alguns quadros da seqüência de animação gerada por este *script* são mostrados na Fig. 5.4.

Partindo do *script* anterior, pode-se atribuir valores mais altos aos parâmetros, mantendo-se ainda um comportamento dinâmico semelhante. Uma nova combinação de valores é mostrada no próximo *script* e os resultados visuais são aqueles da Fig. 5.5.

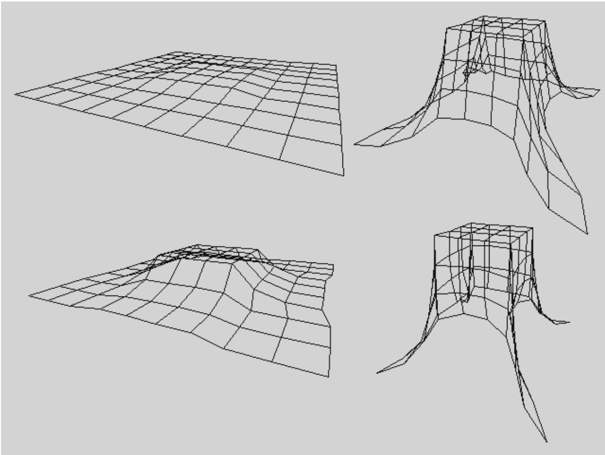


Figura 5.4: Tecido cobrindo uma mesa.

```
grid        : 10 10
aceleracao : x = 0.0 y = -1.5 z = 0.0
velocidade : x = 0.0 y = 0.0 z = 0.0
eta         : 0.1 0.0 0.0 0.1
qsi         : 0.00001 0.0 0.0 0.00001
massa  = 500.0
gama   = 20.0
obj_deformavel : plano 6.0 6.0
```

Observa-se que com estas novas atribuições os parâmetros ξ_{11} e ξ_{22} puderam assumir valores maiores. Comparando as Figs. 5.4 e 5.5 conclui-se que os quadros gerados pelos dois *scripts* são praticamente idênticos.

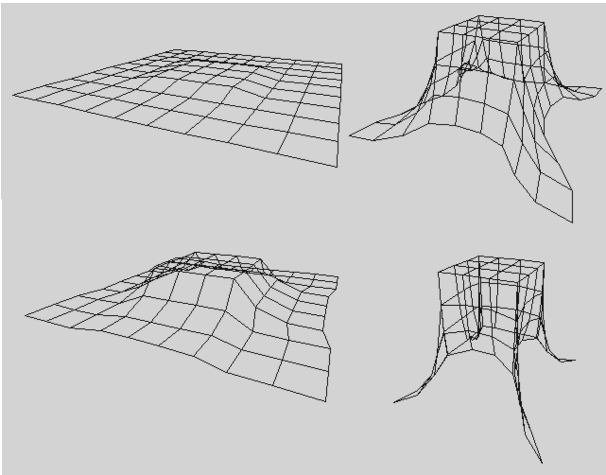


Figura 5.5: Tecido cobrindo uma mesa, parâmetros escalonados.

5.3 Operação com valores escalonados

Para ilustrar a variedade de efeitos que se pode adquirir através do escalonamento, são mostrados exemplos envolvendo as situações anteriores.

5.3.1 Cortina sendo recolhida, forma escalonada

Com a forma escalonada do *script* para a cortina, η e ξ puderam assumir valores maiores. A força externa também pôde ser aplicada com maior intensidade e a superfície adquiriu um comportamento mais próximo daquele de um tecido esvoaçante. Este resultado, ilustrado na Fig. 5.6, não foi conseguido com valores não-escalonados devido à restrita faixa de operação para os parâmetros de deformabilidade. O *script* usado foi:

```
grid       : 11 11
aceleracao : x = 0.0 y = -1.5 z = 0.0
velocidade : x = 0.0 y = 0.0 z = 0.0
eta        : 0.1 0.0 0.0 0.1
qsi        : 0.000001 0.0 0.0 0.000001
massa  = 50.0
gama   = 80.0
obj_deformavel : plano 2.0 2.0
```

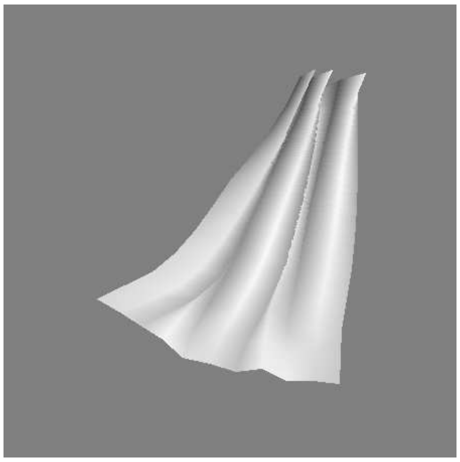


Figura 5.6: Efeito "esvoaçante" produzido com parâmetros escalonados.

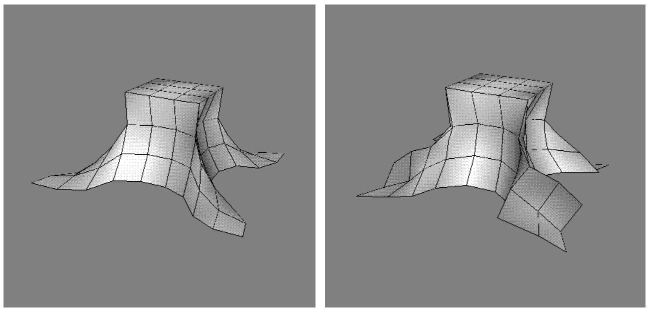
Aumentando um pouco mais o valor de ξ na forma escalonada, foi possível passar do comportamento de tecido da Fig. 5.6 para um comportamento semelhante ao de uma folha de papel sendo amassada, como mostra a Fig. 5.7. Neste caso, $\xi = 1 \times 10^{-5}$.

Esta mundança gradual na dinâmica da superfície, à medida que se utiliza valores cada vez maiores de ξ, não poderia ser observada com os valores não-escalonados, incorrendo-se em uma situação de instabilidade numérica.

Figura 5.7: Folha de papel sendo amassada.

5.3.2 Tecido sobre uma mesa, forma escalonada

Tomando os mesmos valores escalonados do *script* mostrado anteriormente para o tecido caindo sobre uma mesa, pode-se variar ξ em uma faixa mais larga, gerando outros efeitos como aqueles mostrados na Figura 5.8. Na Fig. 5.8(a) usou-se $\xi = 2 \times 10^{-4}$, enquanto que a Fig. 5.8(b) foi produzida com $\xi = 3 \times 10^{-4}$.



(a) (b)

Figura 5.8: Efeito do aumento da resistência à curvatura ξ.

5.4 Operação com η_{12} e η_{21}

De acordo com as justificativas da seção 3.2.2, todas as simulações mostradas até então foram realizadas considerando-se as atribuições (3.5) e (3.6). Nesta seção, no entanto, encontra-se um exemplo de operação onde atribui-se valores não-nulos a η_{12} e η_{21}. Trata-se de uma superfície retangular, inicialmente plana, presa em dois vértices diagonalmente opostos. Um terceiro vértice é levantado para cima, enquanto uma pequena força gravitacional é aplicada. É uma situação semelhante àquela encontrada em [15]. Os valores adotados aqui foram:

```
grid       : 10 10
aceleracao : x = 0.0 y = -1.0 z = 0.0
velocidade : x = 0.0 y = 0.0 z = 0.0
eta        : 1.0 0.7 0.7 1.0
qsi        : 0.0001 0.0 0.0 0.0001
massa  = 1000.0
gama   = 100.0
obj_deformavel : plano 2.0 2.0
```

A superfície obtida com $\eta_{11} = \eta_{22} = 1.0$ e $\eta_{12} = \eta_{21} = 0.7$ é mostrada na Fig. 5.9. Os efeitos de resistência ao cisalhamento gerados por η_{12} e η_{21} podem ser notados ao comparar-se esta figura com a Fig. 5.10, onde $\eta_{12} = \eta_{21} = 0$.

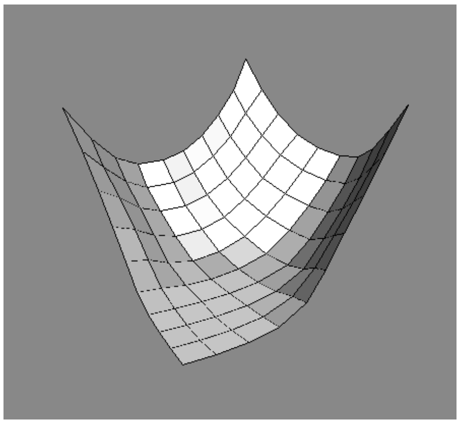


Figura 5.9: Superfície gerada com η_{12} e η_{21} não-nulos.

O comportamento da superfície ilustrada na Figura 5.9 assemelha-se àquele de um tecido espesso ou um tapete. Já a falta de resistência ao cisalhamento observada na Fig. 5.10 sugere um tecido mais maleável. Intuitivamente, pode-se pensar no caso de um objeto feito de fios trançados segundo uma malha retangular, como uma rede de pesca.

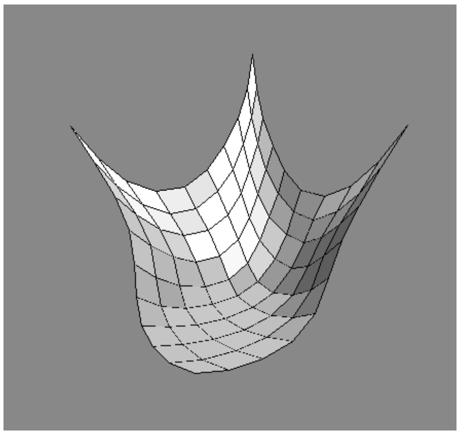


Figura 5.10: Superfície gerada com $\eta_{12} = \eta_{21} = 0$.

5.5 Adição de ruído

Um aspecto bastante interessante do modelo estudado é a possibilidade de se adotar valores de deformabilidade diferentes para cada ponto da superfícies. Em todos os casos estudados nesta dissertação, os valores nodais foram sempre os mesmos, sugerindo que as superfícies fossem sempre homogêneas e isotrópicas. Em algumas situações, porém, pode-se desejar uma superfície com características de deformabilidade localmente diferentes, cujos efeitos de deformação fossem menos simétricos e mais inusitados, fugindo de comportamentos monótonos.

Uma das maneiras de se conseguir esta não-homogeneidade consiste em se adicionar pequenas perturbações aos valores nodais. Por assemelhar-se estatisticamente a padrões de variação encontrados na natureza, perturbações do tipo apresentado em [18, 12] foram adotadas. O algoritmo empregado na implementação é aquele encontrado em [23] para gerar paisagens com fractais aleatórios.

É gerada uma matriz de perturbação $M \times N$, chamada de $\mathbf{X}$, onde cada elemento $x[m,n]$ é associado a um nó da superfície discretizada. Os valores de $x[m,n]$ estão tipicamente entre 0 e 1 e variam de modo semelhante ao da Fig. 5.11.

Uma abordagem possível para a introdução deste ruído seria, num exemplo de operação com os parâmetros de curvatura, fazer-se em cada nó [m,n]:

$$\tilde{\beta}_{ij}[m,n] = \beta_{ij}[m,n](1 + x[m,n]), \tag{5.1}$$

onde os valores $\beta_{ij}[m,n]$ seriam aqueles calculados a partir das usuais atribuições (3.6) para ξ_{ij} e $\tilde{\beta}_{ij}[m,n]$ seriam os novos valores com ruído a serem considerados.

Uma ilustração do efeito que pode ser obtido através deste modo de operação, em comparação com o modo convencional (*i.e.*: sem ruído), é vista na Fig. 5.12. A situação é a mesma

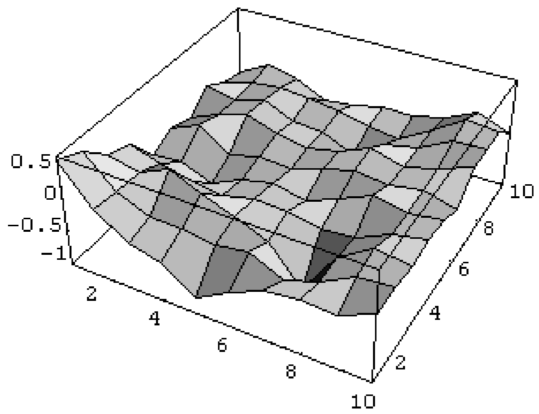
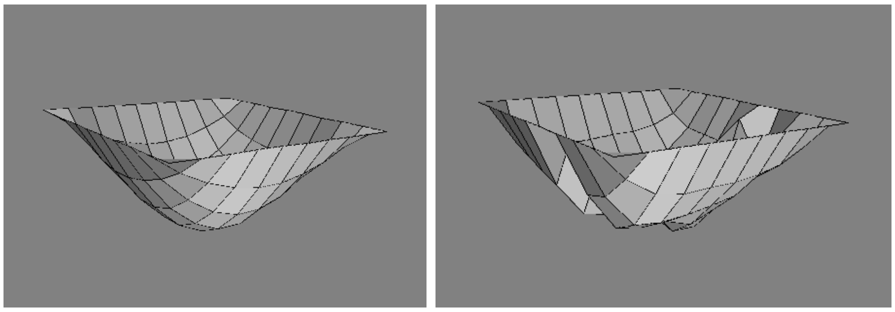


Figura 5.11: Valores de uma matriz de perturbação $\mathbf{X}$.

daquela descrita para as imagens da Fig. 3.11. Os valores empregados são os relacionados abaixo. Uma resistência baixa ao alongamento permite (como nos casos de incompatibilidade) uma maior sensibilidade às variações na rigidez de curvatura.

```
grid       : 10 10
aceleracao : x = 0.0 y = -9.0 z = 0.0
velocidade : x = 0.0 y = 0.0 z = 0.0
eta        : 0.0001 0.0 0.0 0.0001
qsi        : 0.0001 0.0 0.0 0.0001
massa  = 20.0
gama   = 20.0
obj_deformavel : plano 6.0 6.0
```



(a) (b)

Figura 5.12: Resultado da adição de perturbações aos valores de $\beta_{ij}[m,n]$.

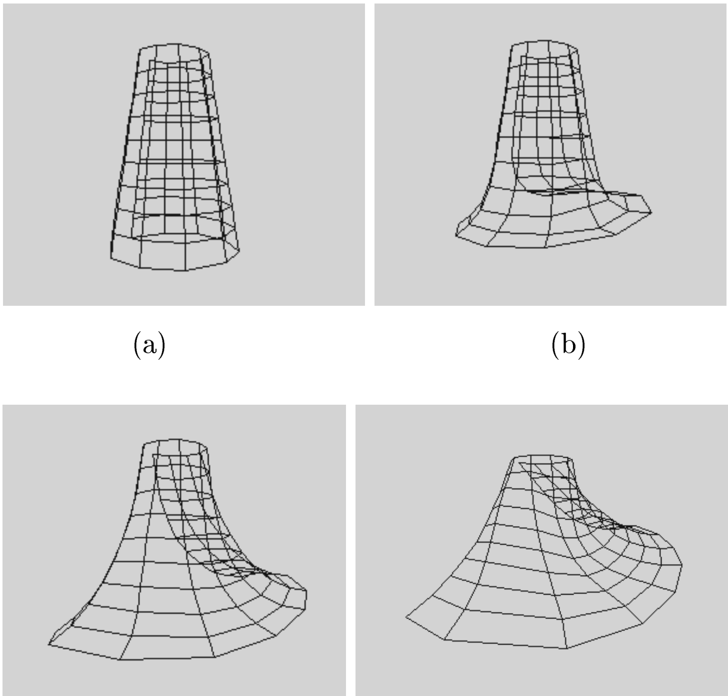
Convém observar que as perturbações $x[m,n]$ podem alternativamente ser inseridas nos parâmetros $\xi_{ij}[m,n]$, o que poderia mostrar-se mais apropriado, uma vez que a manipulação direta de β está sempre sujeita a efeitos indesejáveis de contração (ou expansão) como aqueles estudados na seção 3.2.1.

5.6 Outros exemplos

A seguir, encontram-se outros exemplos que ilustram a potencialidade dos efeitos que podem ser obtidos através da manipulação apropriada deste modelo de deformações.

5.6.1 Manta

Com os parâmetros mostrados no trecho do *script* a seguir, tenta-se simular o caimento de uma manta que se arrasta pelo chão. Os quadros são gerados a partir de um objeto inicial com o formato de um tronco de cone. Foram fixados os pontos da base superior, enquanto que na base inferior foram aplicadas forças horizontais no sentido de abrir a manta. O resultado pode ser visto na Fig. 5.13.



(a) (b)

(c) (d)

Figura 5.13: Manta arrastando-se ao chão.

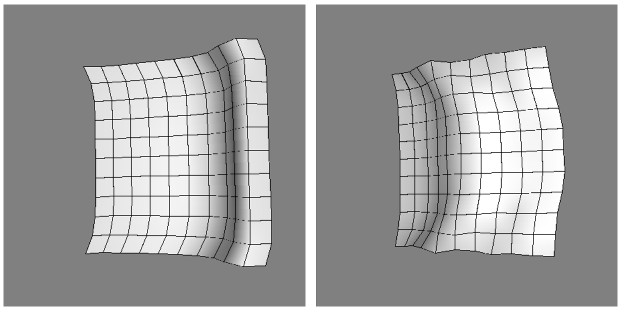
A resistência ao alongamento é bastante alta e a resistência à curvatura é colocada como nula. Observou-se que, por usar-se valores pequenos, o controle de curvatura através de ξ torna-se mais difícil. Nominalmente, estes valores podem variar de 0 a 0.001 sem produzir mudanças significativas. Para valores ligeiramente maiores, os quadros gerados já não apresentam realismo.

```
grid       : 10 10
aceleracao : x = 0.0 y = -1.5 z = 0.0
velocidade : x = 0.0 y = 0.0 z = 0.0
eta        : 0.1 0.0 0.0 0.1
qsi        : 0.0 0.0 0.0 0.0
massa  = 1.5
gama   = 5.0
obj_deformavel : cone 0.3 0.6 2.0
```

5.6.2 Bandeira

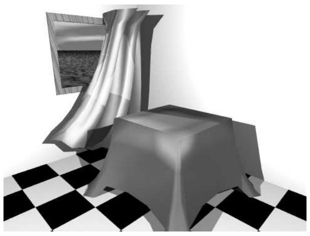
Neste exemplo, simula-se o movimento de uma bandeira ao vento. São fixados os dois vértices que a amarrariam ao mastro e, na extremidade oposta, adiciona-se restrições do tipo mola em todos os pontos da borda, de modo a produzir um comportamento oscilante. Utilizando valores altos para μ e γ pode-se fazer com que os valores de η chegem à ordem de uma unidade. Para favorecer os efeitos ondulantes, anula-se a resistência à curvatura fazendo $\xi = 0$. A Fig. 5.14 mostra dois quadros da animação produzida com este *script*.

```
grid       : 11 11
aceleracao : x = 0.0 y = 0.0 z = 0.0
velocidade : x = 0.0 y = 0.0 z = 0.0
eta        : 1.0 0.0 0.0 1.0
qsi        : 0.0 0.0 0.0 0.0
massa  = 2000.0
gama   = 50.0
obj_deformavel : plano 6.0 6.0
```



(a) (b)

Figura 5.14: Comportamento ondulante de uma bandeira ao vento.



Capítulo 6

Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho foi realizada uma análise detalhada de um modelo [7] de deformações elásticas proposto para simular o movimento de superfícies não-rígidas. Foram realizadas simulações envolvendo superfícies abertas e discretizadas segundo uma malha retangular. As seqüências de animação produzidas apresentaram um bom grau de realismo e o custo computacional pode tornar viável o emprego do modelo em diversas aplicações.

Com um enfoque na controlabilidade do modelo, em particular, através da análise do acoplamento existente entre as características geométricas de alongamento e curvatura, algumas propostas foram criadas para melhorar a sua compreensão, explorar sua potencialidade e analisar os resultados obtidos.

6.1 O controle do modelo

Os parâmetros de controle foram separados em dois níveis distintos (*i.e.*: macro-controle e micro-controle), tornando possível associar de uma maneira mais intuitiva um papel a cada parâmetro. Alguns aspectos relacionados à Teoria de Controle foram citados para ilustrar o funcionamento dos parâmetros de macro-controle. Com relação ao micro-controle, a abordagem usada reuniu neste grupo os parâmetros responsáveis pela deformabilidade, atribuindo a eles o controle fino da dinâmica das deformações. Isto permitiu estudar com o devido destaque os aspectos geométricos das deformações.

O estudo dos conceitos da Geometria Diferencial permitiu uma maior compreensão da interdependência entre alongamento e curvatura e forneceu uma melhor idéia de como escolher valores para os parâmetros que controlam estes efeitos. Foi observado que o emprego de valores moderados para a resistência à curvatura juntamente com valores elevados de resistência ao alongamento levam a produzir superfícies mais suaves e com características mais realistas, dentro da classe de materiais que se propõe simular.

Existem ainda perspectivas de se melhorar o controle da curvatura, redefinindo a equação de energia (2.35) para uma forma mais próxima do modelo físico. Uma sugestão para uma nova forma pode ser encontrada em [22], onde a equação de energia seria uma função não só de $\vec{\mathbf{r}}$ e suas derivadas, mas também de $\hat{\mathbf{n}}$. Tal implementação, embora aumente a complexidade do modelo e incorra em problemas numéricos sérios, poderia proporcionar uma maior controlabilidade.

Além disto, em trabalhos futuros, poderão ser desenvolvidos métodos para tratar deformações de superfícies fechadas, com o uso de uma estrutura de dados mais sofisticada[36]. A procura por novas técnicas poderá abranger questões relacionadas ao emprego de elementos finitos.

6.2 O procedimento para escolha dos parâmetros

Adicionalmente, constatou-se que um escalonamento nos valores dos parâmetros de macro-controle pode levar a um outro sistema com uma resposta semelhante àquela do sistema original. Operações com valores escalonados mostraram-se mais adequadas do ponto de vista numérico, permitindo uma manifestação mais notável dos efeitos dos parâmetros de deformabilidade. Desta forma, pôde ser melhor explorada a versatilidade do modelo.

Além do caráter intuitivo, outra grande importância do procedimento apresentado para a escolha dos parâmetros é refletida no custo computacional. Atribuindo-se valores adequados aos parâmetros de controle, pode-se escapar de certas situações de instabilidade numérica, sem a necessidade de se diminuir o passo temporal Δt da integração numérica (seção 2.2.3). Futuramente, ao invés de contornar os problemas numéricos, outros trabalhos poderão ser realizados no sentido de atacá-los diretamente, incluindo, por exemplo, o emprego de métodos numéricos mais eficientes para a resolução de sistemas lineares esparsos [11].

Vários testes ainda devem ser realizados para delimitar a validade e a aplicabilidade do procedimento de escalonamento. Todavia, os resultados obtidos até agora levam a crer que o escalonamento é uma maneira adequada de realizar as computações, conservando o realismo e o caráter intuitivo, que são vantagens preciosas conseguidas graças aos princípios embutidos no modelo.

6.3 Teste de Compatibilidade

O Teste de Compatibilidade realiza uma espécie de leitura geométrica das superfícies discretizadas. Da maneira como foi implementado, o mesmo fornece resultados coerentes para o caso de superfícies suaves. Contudo, considerando casos mais gerais aonde haja variações bruscas, obtém-se números bastante semelhantes para casos que são adversos. Isto torna difícil inferir qualquer coisa sobre as superfícies a partir dos resultados numéricos das equações computadas. Uma alternativa para esta questão seria trabalhar com malhas mais refinadas. Este aumento de resolução, entretanto, implicaria em maior custo computacional.

Outras alternativas para tornar o teste mais efetivo poderiam surgir através de definições mais adequadas dos discriminantes λ e ν. No caso de λ_1, por exemplo, da maneira como foi implementado (equação 4.2), este discriminante não está definido para situações onde

$$|(\vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_2})_{a_1}| = 0,$$

o que revela uma certa inconsistência, pois existe uma variedade de superfícies suaves (*e.g.*: plano) para as quais

$$|(\vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_1})_{a_2}| = |(\vec{\mathbf{r}}_{a_1 a_2})_{a_1}| = 0.$$

Estudos mais detidos sobre este teste poderiam fornecer futuramente boas ferramentas para extrair informações não só das superfícies produzidas por este modelo, mas também de superfícies discretizadas provenientes de outras aplicações.

6.4 Teste de Limiar Negativo

Devido ao fato do Teste de Limiar Negativo se basear em aspectos específicos do modelo de deformações em questão, observa-se um bom desempenho na distinção de superfícies não-realistas. Entretanto, o teste apresenta, obviamente, a desvantagem de ter seu universo de aplicação limitado às superfícies geradas segundo este modelo. Estes foram os contrastes observados ao comparar-se este teste com o Teste de Compatibilidade, comentado anteriormente.

Sob um outro ponto de vista, o Teste de Limiar, além de auxiliar na decisão sobre o realismo das imagens, sugere um critério para implementar situações de ruptura nas superfícies. Tal implementação, apesar de não ser trivial, poderia resultar em efeitos visuais muito interessantes, além de constituir-se em uma maneira bastante natural de evitar-se situações de instabilidade.

O Teste de Limiar pode ainda ser empregado em um método adaptativo de integração numérica no tempo (seção 2.2.3), para decidir sobre o tamanho dos intervalos de tempo a serem adotados. Esta técnica também pode melhorar o problema de instabilidade.

6.5 Modos de operação

Foram comentadas diversas estratégias para o controle das deformações, algumas das quais podem ser combinadas entre si ou incorporadas a futuras idéias. Tudo isto permite aumentar ainda mais a gama de possibilidades a serem experimentadas.

Em vista de toda esta diversidade, ainda muito pouco foi explorado envolvendo outras estratégias de atribuições de valores aos parâmetros. Baseando-se na sugestão apresentada na seção 5.5, por exemplo, outros métodos para simular superfícies não-homogêneas podem ser tentados, com outras maneiras de se distribuir valores distintos para cada nó da malha discretizada (*e.g.*: função gaussiana, degrau, etc.). Tentativas como aquela mostrada em 5.4, onde se introduz valores aos demais parâmetros, merecem também uma maior atenção.

6.6 Aplicações

Com esta contribuição espera-se obter, no futuro, uma boa ferramenta para produzir simulações realistas envolvendo corpos deformáveis. Os resultados conseguidos mostram que é possível criar uma interface intuitiva para modelar objetos cujo comportamento se assemelhe ao de uma variedade materiais que incluem desde uma membrana elástica até diferentes tipos de tecido ou mesmo papel.

Dentre as aplicações nas quais este modelo de superfícies não-rígidas pode ser empregado, cita-se a indústria de entretenimento, a síntese de imagens foto-realistas e a simulação de cenas cirúrgicas.

Indústria de entretenimento

Animações utilizando modelos deformáveis são amplamente usadas na indústria de entretenimento, para gerar efeitos em filmes e em *videogames*.

Síntese de imagens foto-realistas

Simulações como aquelas mostradas nas seções 5.2 e 5.3 podem ser usadas na produção de imagens foto-realistas, como a que se vê na Fig. 6.1. Formas que apresentem efeitos visuais mais naturais podem ser usadas para auxiliar em projetos de decoração de ambientes, fornecendo uma idéia de como certos objetos de tecido se apresentarão na composição de uma cena.

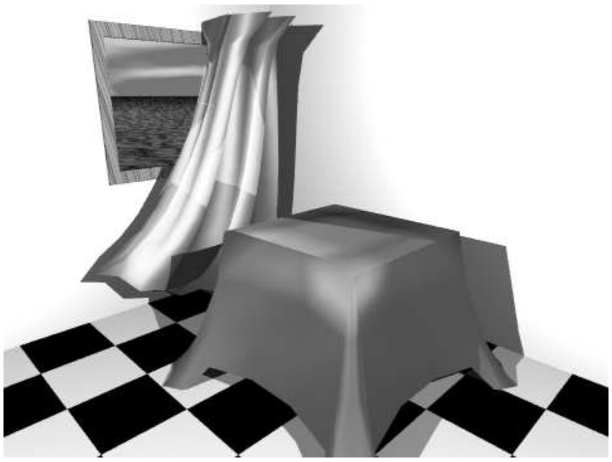


Figura 6.1: Imagem gerada no POV-Ray envolvendo objetos deformáveis.

Simulação de cenas cirúrgicas

Por serem capazes de simular membranas elásticas, modelos de deformação têm sido experimentados na síntese de cenas cirúrgicas com fins didáticos na área de Medicina [13]. Recentemente, sistemas para simular cirurgias do abdômen vêm sendo desenvolvidos [26]. A Fig. 6.2 ilustra um projeto nesta área[1]. Tais sistemas devem ser capazes de fornecer, além

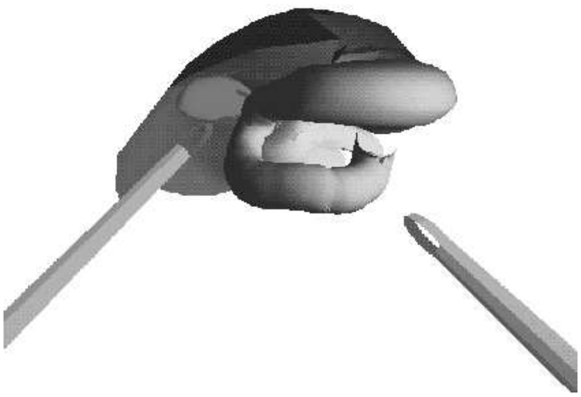


Figura 6.2: Aplicação em simulações cirúrgicas.

de informações visuais, sensações tácteis ao usuário, constituindo-se em um instrumento para ensaio de procedimentos cirúrgicos.

[1] Imagem encontrada em *http://www.cc.gatech.edu/gvu/biovis/surgsim/*

Apêndice A

Diferenças Finitas Utilizadas na Implementação do Teste de Compatibilidade

De acordo com o que foi visto nas seções 2.1.4 e 2.2.2, ao se discretizar uma superfície segundo uma malha retangular uniforme, o espaço paramétrico de coordenadas (a_1, a_2) passa a ser representado por pontos (mh_1, nh_2), onde h_1 e h_2 são os tamanhos dos subintervalos nas respectivas direções coordenadas.

Feito isto, as expressões utilizadas para aproximar as derivadas que aparecem nas equações (4.2) e (4.3) são calculadas como

$$\begin{aligned} D_2^+(D_{11}(\vec{\mathbf{r}}))[m,n] &= D_2^+\left(\frac{\vec{\mathbf{r}}[m+1,n]-2\vec{\mathbf{r}}[m,n]+\vec{\mathbf{r}}[m-1,n]}{h_1^2}\right) = \\ &= \frac{\vec{\mathbf{r}}[m+1,n+1]-2\vec{\mathbf{r}}[m,n+1]+\vec{\mathbf{r}}[m-1,n+1]-\vec{\mathbf{r}}[m+1,n]+2\vec{\mathbf{r}}[m,n]-\vec{\mathbf{r}}[m-1,n]}{h_1^2 h_2} \end{aligned} \tag{A.1}$$

e

$$\begin{aligned} D_1^+(D_{12}^-(\vec{\mathbf{r}}))[m,n] &= D_1^+\left(\frac{\vec{\mathbf{r}}[m,n]-\vec{\mathbf{r}}[m-1,n]-\vec{\mathbf{r}}[m,n-1]+\vec{\mathbf{r}}[m-1,n-1]}{h_1 h_2}\right) = \\ &= \frac{\vec{\mathbf{r}}[m+1,n]-2\vec{\mathbf{r}}[m,n]+\vec{\mathbf{r}}[m-1,n]-\vec{\mathbf{r}}[m+1,n-1]+2\vec{\mathbf{r}}[m,n-1]-\vec{\mathbf{r}}[m-1,n-1]}{h_1^2 h_2}. \end{aligned} \tag{A.2}$$

Referências Bibliográficas

[1] Dominique Bechmann. Space deformation models survey. *Computer & Graphics*, 18(4):571–586, 1994.

[2] Nadia M. Thalmann Benoit Lafleur and Daniel Thalmann. Cloth animation with self-collision detection. In *Proceedings of IFIP Conference on Modeling in Computer Graphics*, pages 179–187. Springer, 1991.

[3] M. Berger and B. Gostiaux. *Differential Geometry: Manifolds, Curves and Surfaces.* Springer-Verlag, 1988.

[4] George Celniker and Dave Grossard. Deformable curve and surface finite-elements for free-form shape design. *Computer Graphics*, 25(4):257–266, July 1991.

[5] Sabine Coquillart. Extend free-form deformation: A sculpturing tool for 3d geometric modeling. *Computer & Graphics*, 24(4):187–196, August 1990.

[6] Sabine Coquillart and Perre Jancine. Animated free-form-deformation: An interactive animation technique. *Computer Graphics*, 25(4):23–26, July 1990.

[7] Alan H. Barr Demetri Terzopoulos, John C. Platt and Kurt Fleischer. Elastically deformable models. *Computer Graphics*, 21(4):205–214, July 1987.

[8] M. P. do Carmo. *Differential Geometry of Curves and Surfaces.* Prentice-Hall, 1976.

[9] Agnus A. Horta e Shin-Ting Wu. Deformação de superfícies não rígidas baseada em princípios físicos. *Anais do VIII SIBGRAPI*, pages 175–182, 1995.

[10] Olle I. Elgerd. *Control Systems Theory.* McGraw-Hill, 1967.

[11] William H. Press et al. *Numerical Recipes in C.* Cambridge University Press, 1992.

[12] K. J. Falconer. *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications.* John Wiley & Sons, Inc., 1990.

[13] Duncan F. Gillies and Christopher Williams. An interactive graphic simulator for the teaching of fibrendoscopic techniques. In Guy Maréchal, editor, *Proceedings of the European Computer Graphics Conference and Exhibition*, pages 127–138, Amsterdam, August 1987. North-Holland.

[14] Ugur Gudukbay, Bulent Ozguç, and Yilmaz Tokad. An animation system for rigid and deformable models. *Comput. & Graphics*, 17(1):71–77, 1993.

[15] R. L. Grimsdale H. N. NG and W. G. Allen. A system for modelling and visualization of cloth material. *Computer & Graphics*, 19(3):423–430, 1995.

[16] Richard W. Hertzberg. *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*. John Wiley & Sons, Inc., 1989.

[17] Rogério L. W. Liesenfeld. Animação dinâmica de corpos elásticos. Master's thesis, Instituto de Computação, Unicamp, 1997.

[18] B. B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman and Company, 1983.

[19] Dimitri Metaxas and Demetri Terzopoulos. Dynamic deformation of solid primitives with constraints. *Computer Graphics*, 26(2):309–312, July 1992.

[20] Nadia M. Thalmann Michel Carignan, Ying Yang and Daniel Thalmann. Dressing animated synthetic actors with complex deformable clothes. *Computer Graphics*, 26(2):99–104, July 1992.

[21] K. Ogata. *Engenharia de Controle Moderno*. Prentice-Hall, 1990.

[22] Shin-Ting Wu e Agnus A. Horta Paulo S. C. Ramos. Deformação de superfícies não-rígidas: Implementação e análise. Technical Report 010/97, DCA-FEEC-UNICAMP, Dezembro 1997.

[23] H. O. Peitgen and D. Saupe. *The Science of Fractal Images*. Springer-Verlag, 1988.

[24] John Pentland and John Willians. Good vibrations: Modal dynamics for graphics and animation. *Computer Graphics*, 1989.

[25] John C. Platt and Alan H. Barr. Constrait methods for flexible models. *Computer Graphics*, 22(4):269–278, August 1988.

[26] J.F. O'Brien *et al.* S.A. Cover, N.F. Ezquerra. Interactively deformable models for surgery simulation. *IEEE - Computer Graphics and Applications*, 13(6):68–75, November 1993.

[27] Thomas W. Sederberg and Scott Parry. Free-form deformation of solid geometric models. *Computer Graphics*, 20(4):151–160, July 1986.

[28] G. C. Sih. *Mechanics of Fracture*. Martinus Nijhoff, 1981.

[29] D. J. Struik. *Lectures on Classical Differential Geometry*. Addison-Wesley Publishing Co., 1961.

[30] Richard Szeliski and David Tonnesen. Surface modeling with oriented particle system. *Computer Graphics*, 26(2):185–194, July 1992.

[31] Demetri Terzopoulos and Kurt Fleischer. Modeling inelastic deformation: Viscoelasticity, plasticity, fracture. *Computer Graphics*, 22(4):269–278, August 1988.

[32] Demetri Terzopoulos and Andrew Witkin. Physically-based models with rigid and deformable components. In *Proceedings of Graphics Interface*, pages 146–154. Computer Graphics Society, 1988.

[33] Andrew Witkin and Michael Kass. Spacetime constraints. *Computer Graphics*, 22(4):159–168, August 1988.

[34] Andrew Witkin and William Welch. Fast animation and control of nonrigid structures. *Computer Graphics*, 24(4):243–252, August 1990.

[35] Stephen Wolfram. *Mathematica: A system for doing mathematics by computer*. Addison-Wesley, 1991.

[36] Shin-Ting Wu. *Topologie von Hybriden Objekten*. PhD thesis, THDarmstadt, 1991.